AULE VIRTUALI SVOLTE FISICA

14/06/2011 , aula virtuale 51. 2 (Fatta 25.06.14) 51. 3

[1]

Tracce d'esame

Esercizio F1a (Fatto TIP.)

Una scala a pioli lunga 17 m e del peso di 100 kg è appoggiata ad una parete verticale liscia e poggia sul suolo il cui coefficiente di attrito è 0.2. Di quanto dovrà essere inclinata rispetto al suolo la scala affinché essa resti in equilibrio ?

Esercizio F1b (Fatto TIP)

Una massa di elio (gas biatomico) viene fatta espandere molto rapidamente (a diabatica) in modo che il volume finale sia 20 volte quello iniziale. Se inizialmente esso era alla temperatura di 25 °C, quale sarà la sua temperatura finale ?

Domanda D1a

Discutere la legge di Pascal in fluidodinamica.

Domanda D1b

Discutere il ciclo ed il teorema di Carnot con formule, grafici ed esempi.

Esercizio F2a (Fatto TIP)

Un involucro sferico metallico dello spessore di 5 cm e raggio interno di 10 cm è perfettamente isolato. All'interno è posta una sfera metallica di raggio 5 cm, concentrica rispetto all'involucro ed isolata rispetto ad esso. Sulla sfera vi è una carica elettrica positiva di $1.67\ 10^{-9}$ C. Determinare il valore del potenziale elettrostatico nei seguenti punti: a) a 20 cm dal centro, b) a 15 cm dal centro, c) a 10 cm dal centro, d) a 8 cm dal centro, e) nel centro.

Esercizio F2b

Una spira rettangolare è estratta dai poli di un elettromagnete nel senso del lato più corto della spira con la velocità di 10 m/s. Il lato più corto della spira è di 10 cm, il lato più lungo è di 20 cm e la sezione del filo conduttore è di 5 mm^2. Se il campo dell'elettromagnete è uniforme, diretto perpendicolarmente al piano della spira ed ha l'intensità di 0.45 T, si determini la forza elettromotrice indotta e la corrente che circola nella spira, sapendo che la resistenza specifica del filo è di 0,017 ohm mm^2/m

Domanda D2a

Discutere il teorema di equivalenza di Ampère

Domanda D2b

Discutere i fenomeni di riflessione e rifrazione.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 – n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

Tracce d'esame

Esercizio F1a

Una scala a pioli lunga 17 m e del peso di 100 kg è appoggiata ad una parete verticale liscia e poggia sul suolo il cui coefficiente di attrito è 0.4. Di quanto potrà essere inclinata rispetto al suolo affinché essa resti in equilibrio ?

Esercizio F1b

Una massa di aria (gas biatomico) viene fatta espandere adiabaticamente in modo che il volume finale sia 20 volte quello iniziale. Se inizialmente essa era alla temperatura di 25 °C, quale sarà la sua temperatura finale ?

Domanda D1a

Discutere la legge di Pascal in fluidostatica.

Domanda D1b

Discutere il ciclo ed il teorema di Carnot con l'ausilio grafico ed esempi.

Esercizio F2a

Un involucro sferico metallico dello spessore di 5 cm e raggio interno di 10 cm è profondamente isolato. All'interno è posta una sfera metallica di raggio 5 cm, concentrica rispetto all'involucro ed isolata rispetto ad esso. Sulla sfera vi è una carica elettrica positiva di $1.2 \cdot 10^{-9}$ C. Determinare il valore del potenziale elettrostatico nei seguenti punti: a) a 20 cm dal centro, b) a 15 cm dal centro, c) a 10 cm dal centro, d) a 8 cm dal centro, e) nel centro.

Esercizio F2b

Una spira rettangolare è immersa nel polo di un elettromagnete nel senso dei lati più corti della spira con la velocità di 10 m/s. Il lato più corto della spira è di 10 cm, il lato più lungo è di 30 cm e la sezione del filo conduttore è di 3 mm². Se il campo dell'elettromagnete è uniforme, diretto perpendicolarmente al piano della spira ed ha l'intensità di 0.05 T, si determini la forza elettromotrice indotta e la corrente che circola nella spira, sapendo che la resistenza specifica del filo è di 0.017 ohm mm²/m.

Domanda D2a

Discutere il teorema di equivalenza di Ampere.

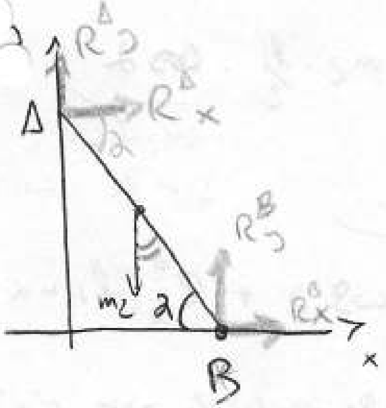
Domanda D2b

Discutere i fenomeni di riflessione e rifrazione.

Compito Fisica del 14.06.2011 - 51.3

51.2
aula che spiega
Compito 51.3

F1 A



Nel baricentro il peso m_2

in B abbiamo una reazione vincolare, scomponibile in due componenti, R_x^B e R_y^B.

In A abbiamo analogamente una reazione vincolare scomponibile in R_x^A e R_y^A

Possiamo scrivere la prima eq. della dinamica, per cui la somma delle forze deve essere 0, zero, perchè il sistema non sta traslando, resta fermo.

$$\begin{cases} R_x^A + R_{\cancel{x}}^B = 0 \\ R_y^A + R_y^B - mg = 0 \end{cases}$$

I° equazione cardinale la somma delle forze.

Passiamo alla equazione dei momenti; come polo per calcolare i momenti scegliamo B. Vogliamo che la somma dei momenti sia zero affinchè il sistema non ruoti (se la scala scivolasse il sistema ruoterebbe).

compito 51.3

Momento della forza $R_y^A \cdot l \cos\alpha$

il braccio è l

Il momento della forza mg è $mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos\alpha$

Momento di $R_x^A \cdot l \cdot \sin\alpha$

$$R_y^A \cdot l\cos\alpha + mg \cdot \frac{l}{2} \cos\alpha + R_x^A \, l \sin\alpha = 0$$

Consideriamo che lungo la parete verticale non c'è attrito $\Rightarrow R_y^A = 0$

La forza di attrito frena la tendenza della scala a scivolare sul pavimento, quindi:

$R_x^B = -A$

$\hookrightarrow A$ è la forza di attrito

Ma sappiamo che in modulo la forza di attrito A è uguale alla reazione vincolare verticale per il coefficiente di attrito: $R_y^B \cdot \mu$, ovvero

$R_x^B = -A = -R_y^B \mu$

Quindi possiamo effettuare le sostituzioni, ottenendo:

$$\begin{cases} R^A_x - R^B_y \cdot \mu = 0 \\ -mg \cdot \frac{l}{2} \cos\alpha + R^A_x \cdot l \cdot \sin\alpha = 0 \\ R^B_y - mg = 0 \Rightarrow R^B_y = mg \end{cases}$$

Quindi:

$R^A_x = R^B_y \mu = mg\mu$ (questo vuol dire che le spinte nella direzione

si devono compensare)

$$-\cancel{mg}\frac{\cancel{l}}{2}\cos\alpha + \cancel{mg}\mu \cdot \cancel{l}\sin\alpha = 0$$

$$-\frac{1}{2}\cos\alpha + \mu \cdot \sin\alpha = 0$$

e, dividendo per il coseno di α, abbiamo

$$-\frac{1}{2} + \mu\tan\alpha = 0$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{2\mu}$$

Per cui $\alpha = \arctan\frac{1}{2\mu}$!

affinché la scala non scivoli occorre che l'angolo α deve essere $\geq \arctan\frac{1}{2\mu}$

Fine F1a

F1b

Se l'espansione è molto rapida la possiamo considerare adiabatica, cioè il sistema non ha avuto il tempo di scambiare calore con l'esterno.

La relazione delle adiabatiche è:

1) $PV^{\gamma} = \text{costante}$ $\quad (P_{in} \cdot V_{in}^{\gamma} = \text{costante})$

dove $\gamma = \dfrac{c_p}{c_v}$ e, siccome il gas è biatomico allora $c_p = \frac{7}{2}R$

e $c_v = \frac{5}{2}R$,

quindi $\gamma = \frac{7}{5}$

Varrà anche

$PV = nRT$, equazione dei gas perfetti

da cui

$P = \dfrac{nRT}{V}$, che sostituiamo nella 1):

otteniamo

$\dfrac{nRT}{V} \cdot V^{\gamma} = \text{costante}$, ossia

$T \cdot V^{\gamma - 1} = \text{costante}$, allora

$T_{iniz} \cdot V_{iniz}^{\gamma-1} = T_{finale} \cdot V_{finale}^{\gamma-1}$, quindi

$$T_{finale} = T_{iniz} \left(\frac{V_{iniz}}{V_{finale}}\right)^{\gamma-1}$$

$T_{init.} = 273 + 25\ K$

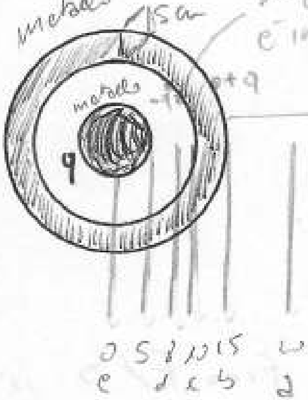
$T_{finale} = T_{init.} \cdot 20^{\gamma - 1}$

con $T_{iniziale} = 298\ K$

e $\gamma = \frac{7}{5}$

Fine F1S 11'56''

F2 a



su questa faccia è indotta una carica $-q$; sulla faccia esterna è indotta una carica $+q$

$q = 1.67 \cdot 10^{-9}\ C$

a) Il potenziale in a è presto calcolato: assumendo che il potenziale all'infinito sia 0, in a:

$$V_{20} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_{20}} \cdot q$$

→ carica indotta sulla faccia esterna

raggio a 20 cm

(q è la carica indotta sulla faccia esterna)

Per il Teorema di Gauss, mettendosi in un punto esterno ($r > 15$) abbiamo che il flusso del campo sarà:

$$\Phi_{20} = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$$

e, in a la somma sono $\frac{q - q + q}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$ dunque allo punto 20 la carica effettiva che genera il campo è q.

b) Calcolo identico a quello in a), ovvero ma è fatto sulla superficie:

$$V_{15} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_{15}}$$

e, poiché $r_{15} < r_{20}$ allora $V_{15} > V_{20}$

$E = 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$

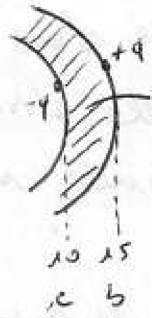
$E = 4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{1}{r^2}$

e quindi il potenziale viene V_{20} avendo messo il pot. all'∞ a $\emptyset$.

c) Poiché i punti b e c appartengono ad un metallo conduttore, questo vuol dire che il campo E nel conduttore sarà 0, ma questo non vuol dire che il potenziale è 0.

$10 < r < 15$: $E = 0$

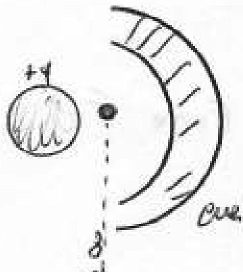
$V \neq 0$, $V_c = V_b = V_{15}$



→ qui il sistema è equipotenziale, quindi

$V_c = V_{15}$;

d) $\underbrace{V_d - V_c}_{\text{diff. di pot.}} = -\int_d^c \vec{E} \cdot d\vec{l}$ scalare



$E_d = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \boxed{\frac{1}{r^2}}$ ($\Rightarrow d\vec{l}$ diventa $d\vec{r}$)

E_d è generato dalla carica q sulla sfera, questo per il Teorema di Gauss

$D(-\frac{1}{x}) = \frac{1}{x^2}$

quindi:

$$V_d = V_c - \int_{d=8}^{c=10} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \boxed{\frac{1}{r^2}}\, dr$$

$$V_S - V_e = - \int_S \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}\, dr$$

$$V_S = \underset{\text{conosciuto}}{V_c} - \underbrace{\int_S^c \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}\, dr}_{\text{calcolato}} = V_c - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_S^c$$

e) Il potenziale nel centro della sfera:
nel centro della sfera di metallo abbiamo che il campo elettrico E è nullo, ma non lo è il potenziale.
Nella sfera il potenziale è identico in tutti i punti, quindi il potenziale nel centro è uguale al potenziale V_S.

$$V_e = V_S$$

Fine F2 a

F2 b

$V = 10\ \frac{m}{s}$

$a = 10\ cm = 10^{-1}\ m$

$b = 20\ cm = 20 \cdot 10^{-2}\ m$

$S = 5\ mm^2 =$

$B = 0,45\ T$

↳ esattamente il campo magnetico di una risonanza magnetica nucleare aperta. Quelle chiuse interne sono a 3 T.

f.e.m. indotta? $f = ?$

corrente nella spira? $i = ?$

$\rho = 0,017\ \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$

↓ Resistenza specifica = resistività

(Occorrono due passaggi:)

"derivata del flusso rispetto al tempo"

$$f = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = B \cdot \underbrace{b \cdot x}_{\text{flusso dell'area che è concatenata}}$$

La superficie "tagliata" dalle linee di campo è:

$$sup = b \cdot x$$

con x che varia da tutto il lato a a 0, quindi

$$f = -\frac{d}{dt}(B \cdot b \cdot x) \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{=1}$$

Il seno dell'angolo tra la direzione di B e la direzione della normale della spira è 1, poiché l'angolo è 90°

$$f = -B \cdot b \cdot v$$

perché la derivata di x, spostamento rispetto al tempo, è la velocità.

Calcoliamo i:

poiché la spira ha una resistenza, allora la corrente che circola nella spira è:

$$i = \frac{V^{\to \text{ è esattamente } f}}{\underbrace{R}_{\text{resistenza}}} = \frac{f}{R}$$

Nell'esercizio abbiamo la resistività, per cui dobbiamo calcolare la resistenza:

$$R = \underbrace{\rho}_{\text{resistività}} \cdot \frac{l^{\to \text{ lunghezza filo}}}{S_{\to \text{ sezione filo}}} = \rho \cdot \frac{2(a+b)}{S}$$

l = perimetro del filo $= 2(a+b)$

Fine F25

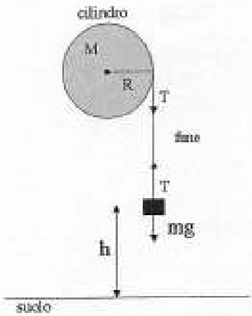
17/06/2011 Aule virtuali 51.5 e 51.6 51.7

[2]

Tracce d'esame

Esercizio F1a aula virtuale 51.5 (Poll TIP)

Un oggetto di massa m è legato all'estremo di una fune inestensibile e massa trascurabile, avvolta intorno ad un cilindro di raggio R. Il cilindro di massa M può ruotare intorno al suo asse orizzontale fisso (il cilindro non può cadere). All'istante iniziale il corpo m si trova ad un altezza h dal suolo. Calcolare il tempo necessario al peso per raggiungere il suolo.



Esercizio F1b aula virtuale 51.5 (Poll TIP)

Una certa massa di aria (da considerarsi come gas biatomico con $\gamma=1.4$) che si trova alla pressione di p_0 ed occupa un volume $V_0 = 500\ m^3$, viene compressa adiabaticamente in un'ora fino alla pressione finale $p=10p_0$. Assumendo che la trasformazione sia reversibile, calcolare la potenza necessaria per compiere la trasformazione.

Domanda D1a

Discutere la legge di Stevino in idrodinamica.

Domanda D1b

Discutere il concetto di entropia con formule, grafici ed esempi.

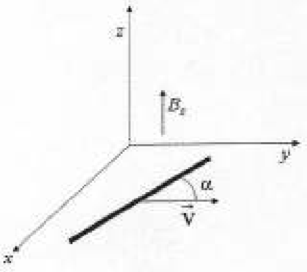
Esercizio F2a aula virtuale 51.6 (Poll TIP)

Un condensatore piano ha area di $0.01\ m^2$,distanza tra i piatti di 1 mm e costante dielettrica relativa pari a 6. Per caricarlo occorre un lavoro di 10^{-4} J. Si chiede:

1. Qual è la carica posseduta dal condensatore ?
2. Se si allontanano le armature da 1 a 21 millimetri, quale sarà il lavoro compiuto ?
3. Qual è la differenza di potenziale finale ?

Esercizio F2b aula virtuale 51.6 (Poll TIP)

Una sbarretta lunga l=10cm posta ortogonalmente alle linee di un campo di induzione magnetica uniforme B_z= 8.5 Wb/m^2, si sposta con una velocità di 10 m/s. L'asse della barretta forma un angolo $\alpha=30^o$ rispetto direzione della velocità. Quale differenza di potenziale si rileva ai capi dell'asta ?



Domanda D2a

Discutere le equazioni delle onde in elettromagnetismo.

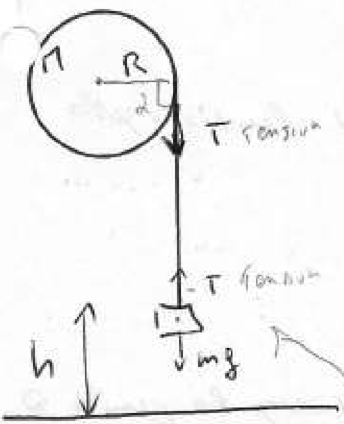
Domanda D2b

Discutere il fenomeno dell'interferenza in ottica.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 – n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

Compito Fisica del 17/06/2011

F1 A



momento dell'unica forza nel sistema, il polo scelto è il centro del cilindro, che è la tensione

$$\underline{I}\,\alpha = T R \cdot \underbrace{\sin 90°}_{=1}$$

l'equazione dei momenti

Bilanciamento delle forze, mettendoci nel centro di massa dell'oggetto:

$$T - mg = -ma$$

$(-T)$ a messa positiva

$$\alpha = \frac{a}{R}$$

Quindi

$T = -m(a-g)$ e, sostituendo,

$$\underline{I} \cdot \frac{a}{R} = -m(a-g)\cdot R$$

(divido per $m \cdot R$)

$$\frac{I}{m}\cdot\frac{a}{R^2} = -a + g$$

$$a\left[\frac{I}{mR^2}+1\right] = g \Rightarrow a = \frac{g}{\frac{I}{mR^2}+1}$$

e questa è l'accelerazione con cui si sta muovendo l'oggetto.

Quindi la velocità dell'oggetto v è:

$$\begin{cases} v = a \cdot t \\ y = \frac{1}{2} a t^2 \end{cases}$$ e la sua posizione cambia come

I è il momento di inerzia del cilindro rispetto al baricentro:

$$I = \frac{1}{2} M R^2$$

Il tempo in cui l'oggetto raggiunge la quota 0 sarà quando $y = h$

$$h = \frac{1}{2} a t_{finale}^2 \Rightarrow t_{finale} = \sqrt{\frac{2h}{a}}$$

Sostituendo il momento di inerzia abbiamo

$$a = \frac{g}{\frac{MR^2}{2mR^2} + 1} = \frac{g}{\frac{M}{2m} + 1}$$ e, sostituendo a

in t_{finale}, trovo il tempo al quale l'oggetto arriva al suolo.

Fine F1a

F1b

$\gamma = 1.4 = \frac{7}{5}$

P_0

$V_0 = 500\ m^3$

$\underbrace{P \cdot V^{\gamma} = \text{cost.}}$

compressione adiabatica, non c'è scambio di calore

$\Delta t = 1$ ora

$P_{finale} = 10\, P_0$

$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} =$ dove ΔE è l'opposto del lavoro fatto dal gas, lavoro fatto dall'esterno, che stiamo compiendo.

$= -\frac{\Delta L}{\Delta t}$

Siccome è una adiabatica sappiamo che la variazione di energia interna ΔU è:

$\Delta U = \cancel{\Delta Q} - \Delta L$, con $\Delta Q = 0$,

quindi $\Delta L = -\Delta U$,

quindi $P = \frac{\Delta U}{\Delta t}$; calcoliamo ΔU

ΔU per un gas perfetto, dipende solo dalla temperatura:

$$\Delta U = n C_V (T_f - T_i)$$

. Per la legge dei gas perfetti

$$PV = nRT$$

essendo $T = \frac{PV}{nR}$, abbiamo

$$\Delta U = \frac{\cancel{n} C_V}{\cancel{n} R} \left(P_f \cdot V_f - P_i \cdot V_i \right)$$

$$\Delta U = \frac{C_V}{R} (P_f \cdot V_f - P_i V_i)$$

Siccome so che il gas è un gas perfetto biatomico, conosco C_V, che è $\frac{5}{2}R$ (perché $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, con $C_P = \frac{7}{2}R$ e $C_V = \frac{5}{2}R$), $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, ($\gamma = 1,4$)

allora

$$\Delta U = \frac{5}{2} (\overset{10 P_i}{P_f} V_f - P_i \overset{500}{V_i})$$

$$PV^\gamma = \text{costante} \Rightarrow \underline{P_f V_f^\gamma = P_i V_i^\gamma} \rightarrow \text{si tratta di usare}$$

questa espressione e ricavare quanti 3 parametri nella precedente, utilizzando il fatto che conosciamo il rapporto delle pressioni e il volume iniziale e abbiamo quello.

Fine Fis

F2a del 17.06.2011 = 51.7 51.6

$S = 0{,}01\ m^2$

$d_i = 1\ mm$

$\varepsilon_r = 6$

$E_i = 10^{-4}\ J$

↳ energia elettrostatica immagazzinata inizialmente

1) $Q_i = ?$

2) $\mathcal{E}\ \mathcal{L}$ ($d_i = 1\ mm \to d_f = 21\ mm$)

3) ΔV_f

↳ d.d.p. finale

Dunque:

L'espressione della energia elettrostatica immagazzinata in un condensatore è:

$E = \frac{1}{2} Q\, V$ ↳ d.d.p. a cui il condensatore è caricato

↳ carica

$E_{in} = \frac{1}{2} Q_i \cdot V_i$ ↳ è data da

conosciamo

ma, ci ricordiamo che $C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C}$,

per cui

$E_{in} = \frac{1}{2} Q_{\boxed{i}} \cdot \frac{Q_i}{C_{\boxed{i}}} = \frac{1}{2} \frac{Q_i^2}{C_{\boxed{i}}}$

Cioè

1

$$Q_i = \sqrt{2 E_{in} \cdot C_{in}}$$

carica, in funzione dell'energia potenziale immagazzinata e la capacità.

La capacità può essere calcolata:

$$C_{\substack{condensatore \\ piano}} = \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{S}{d}$$

$S \rightarrow$ area delle piastre del condensatore

$d \rightarrow$ distanza tra i piatti

In questo caso

$$\left.\begin{aligned} S &= 0{,}01\ m^2 \\ d_{in} &= 1\ mm \end{aligned}\right\} \Rightarrow C_{in} = \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{S}{d_{in}}$$

$$e \quad Q_i = \sqrt{2 E_{in} \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{S}{d}}$$

$\varepsilon_0 \rightarrow 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{F}{m}$, $\varepsilon_2 \rightarrow 6$

2) $\mathcal{L} = \underbrace{E_f - E_i}_{\text{differenza tra energia elettrostatica finale e energia elettrostatica iniziale}}$ ~~Elettrost~~

$$E = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} Q \left(\frac{Q}{C}\right) = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

da notare che non conosciamo la carica sul condensatore, ma la capacità.

Quindi:

E2.5

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\frac{Q_f^2}{C_f} - \frac{1}{2}\frac{Q_i^2}{C_i}$$ e,

siccome $Q_f = Q_i = Q$ allora

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} Q^2 \left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_i} \right)$$

sappiamo quanto vale la capacità!

$C = \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{S}{d}$ e possiamo sostituire nella precedente.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} Q^2 \left(\frac{d_f}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 \cdot S} - \frac{d_i}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S} (\underbrace{d_f}_{21\,mm} - \underbrace{d_i}_{1\,mm})$$

con $d_f = 21$ mm

e $d_i = 1$ mm

3) $C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C}$

quindi $V_f = \frac{Q_f}{C_f} = \frac{Q}{C_f} = \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{S}{d_f}$

Q non cambia

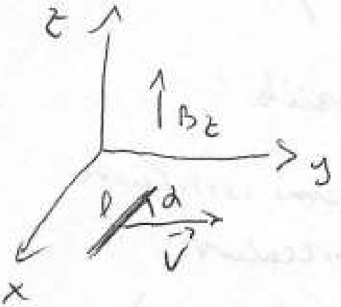
3

Fine F2d

F2b

9'51"

L'angolo tra il piano di direzione del moto e quello dell'induzione magnetica è 90°, mentre l'angolo tra l'asse della sbarretta e la direzione della velocità è un angolo di 30°



$l = 10$ m

$B_z = 8.5\ wb/m^2$

$v = 10$ m/s

$\alpha = 30°$

$\underbrace{\widehat{B_z\, v}}_{\text{angolo fra } B_z \text{ e } v} = 90°$

Nello spostamento la sbarretta taglia le linee di campo e, per la forza di Lorentz, si sarà una d.d.p. ai capi della sbarretta.

$f.e.m = -\dfrac{d\,\Phi(B)}{dt}$ f.e.m è la derivata del flusso di B fatta rispetto al tempo

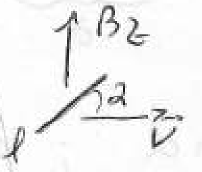
$\Phi(B) = \int \underset{\text{scalare}}{B \cdot \hat{n}}\, dS$

$n \perp dS$

$B \cdot \hat{n} = B \cdot \cos\theta$

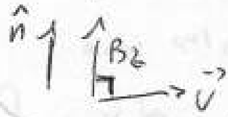
$$\phi(B) = \int B \cos\vartheta \, dS$$

nel nostro caso



il piano del moto è il piano che contiene l e $\vec{V}$.

B_z è ortogonale a questo piano $\Rightarrow$ $\widehat{BV} = 90°$;



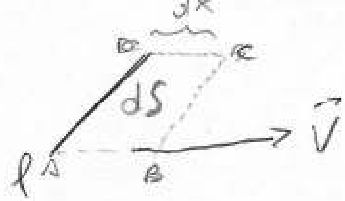
$B_z \parallel \hat{n}$

$$\phi(B) = \int \vec{B} \cdot \hat{n} \, dS$$

in cui B e n sono paralleli e equiversi, quindi il coseno dell'angolo fra B e n è 0. ~~perciò~~ quindi:

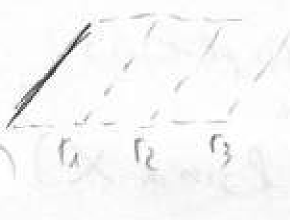
$$\phi(B) = \int \vec{B} \cdot \hat{n} \, dS = \int B \cdot \cos 0 \, dS = \int B \, dS$$

dS è l'elemento di superficie spazzato dal moto della barretta.

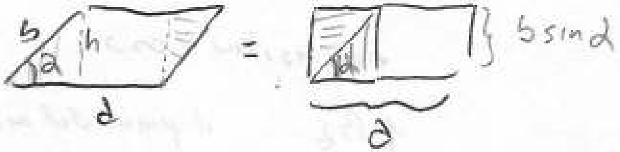


dS è la porzione di piano definita dal lato l e dal tratto dx.

Nello spostamento la barretta traccia un parallelogramma di area spazzata; se l'area si estende e l'integrale dà l'area è in fine l'area spazzata.



L'area del parallelogramma



$h = b \sin\alpha$

$S = a\, b \sin\alpha$; nel nostro caso

$\alpha = 30^\circ = \frac{1}{2}$

e $a = dx$

Nel nostro caso:

$$dS = \underbrace{dx}_{a} \cdot \underbrace{l \cdot \sin\alpha}_{b}$$

$$\Downarrow$$

$$\Phi(B) = \int B\, dS = \int B_z\, dx\, l \sin\alpha =$$

costanti

$$= B_z\, l \sin\alpha \int_{t_{iniziale}}^{t_{finale}} dx =$$

$$= B_z\, l \sin\alpha \underbrace{X}_{\text{tutto il tratto percorso dalla barretta}}$$

Quindi

$$f.e.m. = -\frac{d\,\Phi(B)}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B_z\, l \sin\alpha\, X\right)$$

$$= \underbrace{-B_z \, l \, \sin\alpha}_{\text{costante}} \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{= v} =$$

$$= \boxed{-B_z \, l \, \sin\alpha \cdot v} = \text{f.e.m.}$$

velocità della barra

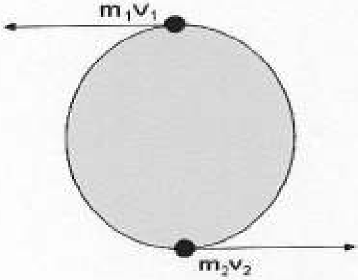
25/06/2011 aula virtuale 51.10 51.11

[3]

Tracce d'esame

Meccanica

Esercizio F1a (Potto TIP)



Un disco omogeneo di 4 kg è appoggiato di piatto su un piano orizzontale, libero di muoversi senza attrito. Sul bordo del disco, ai lati opposti di un diametro, sono attaccati due oggetti puntiformi di uguale massa $m_1=m_2=1$kg. Il sistema inizialmente è in quiete. Ad un certo istante i due oggetti vengono lanciati via dal disco lungo le rispettive tangenti al bordo, ma in verso opposto, con uguale velocità di 10 m/s.
Calcolare il lavoro fatto dalle forse interne che hanno lanciato i due pesi.

Termodinamica

Esercizio F1b (Potto TIP)

Due moli di idrogeno (gas biatomico) vengono riscaldate a volume costante in modo reversibile fino a raddoppiare la pressione. Calcolare di quanto varia l'entropia del gas nella trasformazione indicata.

Domanda D1a

Discutere il concetto di pressione idrostatica in un fluido con le relative leggi e principi.

Domanda D1b

Discutere il concetto di entropia in termodinamica con formule, grafici ed esempi esplicativi.

Esercizio F2a Elettrostatica (Potto TIP)

Quattro lampadine ad incandescenza dissipano ciascuna 50W. Esse sono inserite in parallelo su una linea proveniente da un generatore che ha una resistenza interna di 0.03Ω ed una differenza di potenziale di 12 V. La linea elettrica di collegamento ha una resistenza complessiva di 0,015Ω.

1. Quale resistenza ha il filamento delle lampadine ?
2. Quale potenza va perduta sul generatore e sulla linea ?

Esercizio F2b (Potto TIP)

Qual è il momento magnetico di un solenoide rettilineo, percorso da una corrente di 3A e costituito da 2000 spire ciascuna di sezione media $S=15\ cm^2$?
Qual è il valore del campo magnetico nel punto medio dell'asse del solenoide se esso è lungo l=70cm? (Suggerimento: si assuma il solenoide molto lungo.)

Domanda D2a

Discutere le equazioni di Maxwell.

Domanda D2b

Discutere quantitativamente i fenomeni di interferenza in ottica.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 - n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

Tracce d'esame

Esercizio E1a

Un disco omogeneo di 4 kg è appoggiato di piatto su un piano orizzontale, libero di ruotare senza attrito. Sul bordo del disco, ai due capi di un diametro, sono attaccati due oggetti puntiformi di uguale massa m=[illegible] kg. Il sistema inizialmente è in quiete. Ad un certo istante i due oggetti vengono lanciati via dal disco lungo le rispettive tangenti al bordo, ma in verso opposto, con uguale velocità di 10 m/s.

Calcolare il lavoro fatto dalle forze interne che hanno lanciato i due pesi.

Esercizio E1b

Due moli di idrogeno (gas biatomico) vengono riscaldate a volume costante in modo reversibile fino a raddoppiarne la pressione. Calcolare di quanto varia l'entropia del gas nella trasformazione indicata.

Domanda D1a

Discutere il concetto di pressione idrostatica in un fluido con le relative leggi e principi.

Domanda D1b

Discutere il concetto di entropia in termodinamica con formule, grafici ed esempi esplicativi.

Esercizio E2a

Quattro lampadine ad incandescenza di potenza nominale 60 W, sono messe in parallelo ed alimentate da un generatore ideale con resistenza interna di 0.02 Ω ed una differenza di potenziale di 12 V. La linea elettrica di collegamento ha una resistenza complessiva di 0.01 Ω.

1. Quale resistenza ha il filamento delle lampadine ?
2. Quale potenza va perduta nel generatore e nella linea ?

Esercizio E2b

Qual è il momento magnetico di un solenoide cilindrico, percorso da una corrente di 3A e costituito da 2000 spire ciascuna di sezione media S=15 cm^2 ?

Qual è il valore del campo magnetico nel punto medio dell'asse del solenoide, se esso è lungo l=30cm? (Approssimare, e assumere il solenoide molto lungo)

Domanda D2a

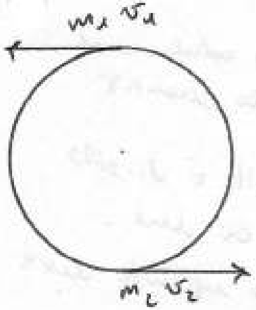
Discutere le equazioni di Maxwell.

Domanda D2b

Discutere quantitativamente i fenomeni di interferenza in ottica.

Compito Fisica del 25/06/2011

F1a



$M_D = 4$ kg

$m_1 = m_2 = 1$ kg

$v_1 = v_2 = 10$ m/s

Il disco ruoterà e basta, e non traslerà.
Se le masse e/o la velocità fossero state diverse allora il disco traslerebbe.

Dobbiamo scrivere due equazioni cardinali, la 1ª e la 2ª equazione di Newton: l'equazione della quantità di moto e l'equazione del momento della quantità di moto.

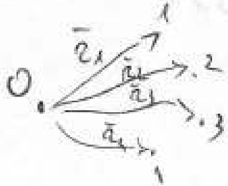
$$\bar{P} = \sum_{1}^{N} m_i \bar{v}_i$$ quantità di moto („momento" o impulso)

$$\bar{L} = \sum_{1}^{N} \bar{r}_i \times \bar{P}_i \quad (\bar{P}_i = m\bar{v}_i)$$ momento della quantità di moto

vettore

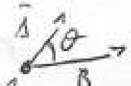
vettore posizione della i-esima particella rispetto al polo

1



Il prodotto vettoriale $A \times B$ produce un altro vettore

$|A \times B| = A B \sin \theta$



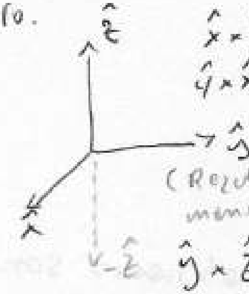
polo del quale calcoliamo il momento della quantità di moto.

$\bar{r}_i \times \bar{P}_i$ = momento della quantità di moto, poiché

poiché r_i ruota su P_i, θ deve essere orario, allora il verso del prodotto vettoriale è entrante nel foglio. (meno −)

Il vettore prodotto è diretto ortogonalmente ai due. Se sia entrante o uscente deve essere stabilito.

Abbiamo introdotto le proprietà dei versori $\hat{x}$, $\hat{y}$ e $\hat{z}$.



$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$
$\hat{y} \times \hat{x} = -\hat{z}$
(Regola della mano dx)
$\hat{y} \times \hat{z} = \dots$
$\hat{z} \times \hat{y} = -\hat{x}$

IN OGNI ESERCIZIO DI SISTEMI DINAMICI OCCORRONO LE DUE QUANTITÀ — relative ai corpi rigidi

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^{N} m_i \cdot \bar{v}_i$$ quantità di moto

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^{N} \bar{r}_i \times \bar{P}_i$$ momento della quantità di moto

La prima equazione cardinale dice che la somma delle forze esterne è uguale alla derivata rispetto al tempo della quantità di moto:

$$1) \quad \bar{F}_{est} = \frac{d\boxed{\bar{P}}}{dt}$$ quantità di moto

1ª eq. cardinale (o di Newton)

$$\bar{F}_{est} = \sum_j F_j$$ Risultante delle forze esterne

La seconda equazione cardinale dice che il momento delle forze esterne è uguale alla derivata del momento della quantità di moto rispetto al tempo

$$2) \quad \bar{M}_{est} = \frac{d\boxed{\bar{L}}}{dt}$$ momento della quantità di moto

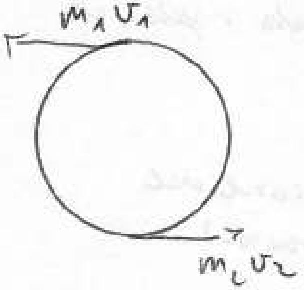
2ª eq. cardinale

$$\bar{M}_{est} = \sum_j z_j \times F_j$$ momento della risultante delle forze esterne

z_j: punto di applicazione della forza rispetto al polo, polo rispetto al quale si calcola il momento delle forze esterne.

Le equazioni 1) e 2) sono tutto quello che serve per risolvere l'esercizio.

AV 5110



$$\bar{F}_{est} = \frac{d\bar{P}}{dt}$$

$$\bar{F}_{est} = 0 \Rightarrow \frac{d\bar{P}}{dt} = 0$$

non c'è trascinamento, ci sono solo forze interne, che compensano i punti nel moto circolare.

L'unica forza è la gravità che spinge l'oggetto contro il piano e il disco che reagisce opponendo

$$-m_2 g + N = 0$$

reazione, punto di applicazione della forza, il centro di massa

Attrito = 0

Poiché

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = 0 \Rightarrow \bar{P} = \text{costante}$$

la quantità di moto si conserva:

All'inizio $\bar{P} = 0$, quando il sistema è in quiete.

Dopo che gli oggetti sono stati lanciati $P = m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2$

Poiché la quantità di moto si conserva:

$$\bar{P} = 0 = m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2$$

questo perché il sistema non trasla

Poiché $\bar{F}_{est} = \frac{d\bar{P}}{dt}$

allora $\bar{F}_{est} = \underset{\text{massa}}{M_{sistema}} \cdot \underset{\text{accel.}}{\bar{a}_{sistema}}$, nel centro di massa

$\bar{a} = 0$, il sistema non si muove di moto traslatorio

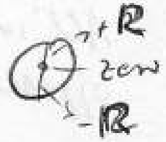
Il centro di massa del sistema era fermo e rimane fermo.

Il centro di massa $\bar{r}_{c.m.}$ è definito come

$$\bar{r}_{c.m.} = \sum_i m_i \cdot r_i$$

e nel sistema ci sono tre masse: il disco e i due oggetti.

La posizione



L'equazione 2 dice:

$$\bar{M}_{est} = \frac{d\bar{L}}{dt}$$

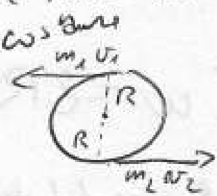
con

$$\bar{L} = \sum_i \underbrace{r_i \times v_i}_{\text{momenti di moto del singolo pallino}}$$

L è costituito da 3 pz: il disco e i due oggetti.

momento della qtà di moto

$$\underbrace{|\bar{L}|} = \underbrace{R m_1 v_1 + R m_2 v_2} + \boxed{I\omega} = \text{costante}$$



sono concordi perché hanno rotazioni nello stesso verso

se ∅ erano discordi, avevano due segni opposti

momento della quantità di moto

momento della quantità di moto del disco, con I = momento di inerzia e ω = velocità angolare

23'22''

Abbiamo detto che il momento delle forze esterne anche in questo caso è nullo.
Quindi anche la quantità L è una quantità che si conserva.

$L =$ costante.

(momento della quantità di moto)

Ma quanto era all'inizio?

All'inizio non c'era né rotazione, né oggetti in movimento, quindi L era 0; quindi essendo costante anche dopo l'evoluzione del sistema, deve essere zero.

~~chiaro~~ Quindi, parlando di moduli, possiamo dire:

$$I \omega = R m_1 v_1 + R m_2 v_2 \,.$$

con $m_1 = m_2$

e $v_1 = v_2$, quindi

$$I \omega = 2 R m_1 v_1 \Rightarrow \omega = \frac{2 R m_1 v_1}{I}$$

. Nel caso del disco $I = \frac{1}{2} M_D R^2$

$$\mathcal{L} = \sum_i K_i$$

con K_i = energia cinetica del punto i-esimo nel moto,

quindi ~~dd~~ avremo la somma di tre contributi: il contributo di traslazione del 1° pallino, del 2° pallino e rotazione del disco

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}_{\text{energia cinetica del punto materiale 1}} + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \underbrace{\frac{1}{2} I \omega^2}_{\text{energia cinetica del disco, energia cinetica di rotazione del disco}}$$

$$\mathcal{L} = 2\left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2\right) + \frac{1}{2} I \cdot \left(\frac{2 R m_1 v_1}{I}\right)^2 =$$

$$= m_1 v_1^2 + \frac{1}{\cancel{2}} \cancel{I} \cdot \frac{\cancel{4}^{2} R^2 m_1^2 v_1^2}{I^{\cancel{2}}} =$$

$$= m_1 v_1^2 + \frac{2 R^2 m_1^2 v_1^2}{I} =$$

$$I = \frac{1}{2} M_D R^2$$

$$= m_1 v_1^2 + \frac{2 \cancel{R^2} m_1^2 v_1^2}{\frac{1}{2} M_D \cancel{R^2}} =$$

$$= m_1 v_1^2 + \frac{4 m_1^2 v_1^2}{M_D} =$$

$$m_1 v_1^2 \left(1 + \frac{4 m_1}{M_D}\right)$$

Fine F1a

F1b

28'54''

$PV = nRT$ eq. dei gas perfetti

$V = \text{costante} = \frac{nRT}{P}$

Definizione di entropia, da uno stato A a uno stato B

$$\underset{\text{L'entropia}}{S_{AB}} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} \qquad \boxed{\text{con } \delta \neq d} \to \text{elemento che dipende da A e B}$$

differenziale NON esatto, perché non dipende da A e B, ma dal percorso

δQ non è un differenziale esatto, lo è $\frac{dQ}{T}$

È chiesta l'entropia per $P_f = 2P_i$

La trasformazione è a volume costante.

Partendo dal I° principio, scrivo δQ:

$$dU = \delta Q - \delta L \to \text{differenza di due differenziali non esatti}$$

quindi $\delta Q = dU + \delta L =$ e, siccome la trasform. è a volume costante, so è calcolato dU, cioè $dU = nC_v\, dT$, mentre $\delta L = p\, dV$, ma a volume costante $p\,dV$ è nullo,

$$= nC_v\, dT + \cancel{p\, dV}$$

$p\,dV$ è 0, volume costante $\Rightarrow$ variazione volume $= 0$, $dV = 0$

p dV è nullo perché non c'è variazione di volume, quindi

32'08''

$$\delta Q = dU = n C_V \, dT$$

e quindi l'entropia dello stato iniziale e quello finale

$$\underbrace{S_{if}}_{\text{Entropia}} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{n C_V \, dT}{T}$$

Temperatura Iniziale

C_V è il calore specifico a volume costante

$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

C_P è il calore specifico a pressione costante

Si ricorda che $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c$

e $\int_{x_a}^{x_b} \frac{dx}{x} = \ln\left|\frac{x_b}{x_a}\right|$

Per cui

$$\underbrace{S_{if}}_{\text{Entropia}} = n C_V \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right|$$ con T_f e T_i da calcolare.

Siccome la trasformazione è fatta a V costante e sappiamo che la pressione finale è due volte la pressione iniziale

$V = \text{cost}$ e $P_f = 2 P_i$

AV 51.10

usando l'equazione dei gas perfetti

$$PV = nRT \quad \text{allora}$$

costante universale dei gas $R = 8{,}314472 \frac{J}{mol\cdot}$

$$T = \frac{PV}{nR}$$

e, nel nostro caso possiamo scrivere direttamente

$$\frac{T_f}{T_i} = \frac{P_f V_f}{nR} \cdot \frac{1}{\frac{P_i V_i}{nR}} = \frac{P_f V_f}{P_i V_i},$$

ma V = costante => si può semplificare V_f e V_i;

$P_f = 2P_i$, quindi

$$\frac{T_f}{T_i} = \frac{2P_i}{P_i} = 2$$

Quindi

$$S_{if} = n C_v \ln \left| \frac{T_f}{T_i} \right| = n C_v \ln 2 =$$

$$2 \cdot \frac{5}{2} R \cdot \ln 2$$

Fine F1b

F22

$W_{lamp} = 50\ W$ ∀ lampadina

4 lampadine

ρ = resistenza interna generatore = 0,03 Ω

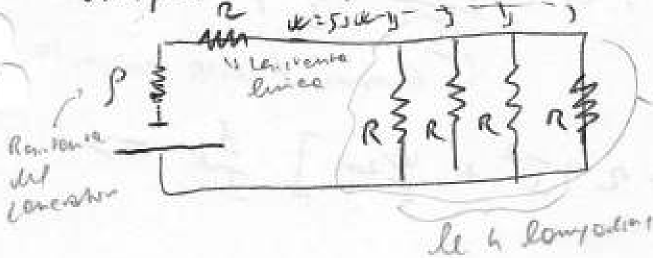
$V = 12\ V$

d.d.p.

$r = 0,015\ \Omega$ resistenza della linea

$R_{lamp} = ?$

$W_{dissipata} = W_{gen} + W_{linea} = ?$



$\to R_{eq} = \frac{R}{4}$

$$V = I\,(\rho + r + R_{eq}) = I\left(\rho + r + \frac{R}{4}\right)$$

La d.d.p. V è uguale alla corrente che circola nel circuito, corrente I, per la resistenza equivalente dell'intero circuito.

a) le resistenze in serie si sommano, sono in serie quelle del generatore e quella della linea,
$\rho + r$

b) le resistenze delle lampadine sono in parallelo, quindi si sommano gli inversi // $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{4}{R}$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{4}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{4}$$, resistenza equivalente delle 4 lampadine

Dunque:

1) $V = I\left(\rho + 2 + \frac{R}{4}\right)$

$W_{lamp} = I^2 R$ I = corrente che circola nella singola lampadina, R = resistenza della singola lampadina

in funzione della corrente e della resistenza, uno dei modi per scrivere la potenza

da cui $R = \frac{W_{lamp}}{I^2}$ e sostituendo nella 1) abbiamo:

$$V = I\left(\rho + 2 + \frac{W_{lamp}}{I^2} \cdot \frac{1}{4}\right)$$

Rimane l'unica incognita

$$V = I\left[(\rho+2)I^2 + \frac{W_{lamp}}{4}\right] \cdot \frac{1}{I^2} \Rightarrow$$

$$I V = (\rho + 2) I^2 + \frac{W_{lamp}}{4}$$

e questa è una equazione di 2° grado per I,

$$(\rho+2)I^2 - IV + \frac{W_{lamp}}{4} = 0$$

$$I = \frac{V \pm \sqrt{V^2 - 4(\rho+2)\cdot\frac{W_{lamp}}{4}}}{2(\rho+2)}$$

Le soluzioni che abbiamo sono due.
Il loro valore numerico sono

$I_1 = 253\ A$

$I_2 = 17,8\ A$

E da questi valori si può ricavare la resistenza, essendo $R = \frac{W_{lamp}}{I^2}$.

Quindi:

$$\boxed{\begin{aligned} R_1 &= \frac{50\ W}{253^2\ A} = 3,22 \cdot 10^{-3}\ \Omega \\ R_2 &= \frac{50\ W}{17,8^2\ A} = 0,613\ \Omega \end{aligned}}$$

Questo ci dice che il circuito può essere realizzato con due diverse configurazioni di resistenza, ciascuna resistenza con un consumo di 50 W. Il sistema funzionerà bene in entrambe le configurazioni.

$$W_{generatore} + W_{linea} = \underbrace{I^2 \rho}_{fisso} + \underbrace{I^2 z}_{fisso}$$

Avendo due correnti, troveremo due potenze dissipate, una più piccola e una più grande.
Siccome la potenza dissipata sul circuito, cioè su z, e sul generatore, cioè ρ,

A.V. 51.10

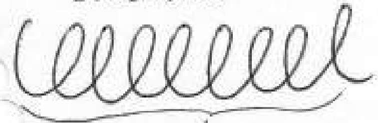
è una potenza a perdere, quindi la configurazione del circuito deve essere tale che ~~la resistenza del circuito e del generatore sia la minima possibile~~

la perdita del circuito e del generatore sia la minima possibile allora si deve fare in modo che l'intensità di corrente sia la minima possibile, quindi si deve scegliere la soluzione con la corrente più bassa, ovvero con la resistenza più bassa.

Fine E2 d

F25

solenoide



L

$N = 2000$ spire

$S = 15\ cm^2$

$I = 3\ A$

$L = 70\ cm$

Os

1) $\bar{m} = ?$ momento magnetico del solenoide da calcolare

2) $\bar{H} = ?$ valore del campo magnetico H nel punto mediano del solenoide, dello stesso stesso, lungo l'asse.

1)

$$|\bar{m}| = \underbrace{\mu_0 \cdot I \cdot S}_{\text{momento magnetico di una singola spira}} \cdot \underbrace{N}_{\text{numero di spire}} = 12{,}56 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 15 \cdot 10^{-4} \cdot 2000$$

Il fenomeno è additivo

unità di misura $[m^2][A] = \frac{[J]}{[T]}$ tesla

2)

$\cancel{|\bar{H}| = \mu_0 |\bar{B}|}$

ci pu'ando con μ_2

$$H = \frac{B}{\mu_0}$$

con $B = \frac{\mu_0 I S N}{L}$, quindi

$$H = \frac{I S N}{L} = \frac{3 \cdot 15 \cdot 10^{-4} \cdot 2000}{70 \cdot 10^{-2}}\ \frac{A}{m}$$

[4]

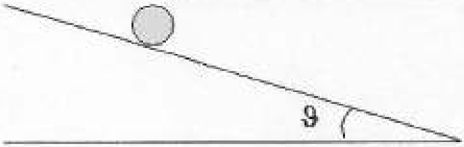
Tracce d'esame

Esercizio F1a Meccanica (Palla TIP)

cilindro di massa M = 1kg può rotolare su un piano inclinato di $\vartheta = 30^o$.

Determinare la forza di attrito, tra cilindro e piano, che consente il puro rotolamento.

Assumendo la condizione di puro rotolamento e se il cilindro parte da una quota h=1m rispetto al piano orizzontale, qual è la velocità della sfera quando tocca il piano orizzontale ? (Suggerimento: nel moto di puro rotolamento il punto di contatto tra sfera e piano inclinato è istantaneamente fermo.)



Esercizio F1b Termodinamica (Palla TIP)

Si determini il lavoro compiuto da una mole d'aria (gas biatomico) nell'espandersi adiabaticamente fino a raggiungere un volume quadruplo di quello iniziale, assumendo che la temperatura iniziale sia 250^oC.

Domanda D1a

Discutere quantitativamente il principio di Archimede in idrodinamica con esempi ed applicazioni.

Domanda D1b

Discutere il concetto di entropia e di irreversibilità in termodinamica con formule, grafici ed esempi.

Esercizio F2a Elettrostatica (Palla TIP)

condensatore piano ad aria di capacità C ha le armature poste alla distanza d. Tra esse si erisce una lastra di metallo di spessore l di area uguale a quella dei piatti del condensatore. Di anto è variata la capacità del condensatore nella nuova configurazione ?

Esercizio F2b Elettromagnetismo (Palla TIP)

Una bobina sottile è costituita da un avvolgimento di N=3 spire di raggio r=0,5 cm ed è collegata con un galvanometro. La resistenza di tutto il sistema vale R=80Ω. La bobina viene rapidamente introdotta nell'intraferro di una calamita con un moto di traslazione normale alle linee di induzione. La quantità di elettricità che viene messa in moto è $Q = 10^{-5}$ C. Calcolare il valore dell'induzione magnetica nell'intraferro.

Domanda D2a

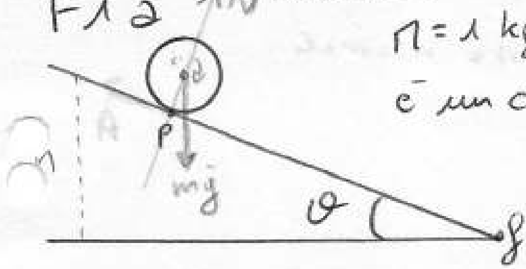
Le onde in elettromagnetismo: esporre l'argomento attraverso equazioni ed esempi.

Domanda D2b

Discutere il fenomeno della diffrazione in ottica.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 – n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

F1 2 — N = reazione normale che impedisce al corpo di affondare nel piano



$m = 1$ kg

è un cilindro => deve essere noto il momento d'inerzia del corpo!
Non è un punto materiale

$\vartheta = 30°$

$h = 1$ m

1) $A = ?$

Quale è la forza d'attrito A che consente il puro rotolamento?

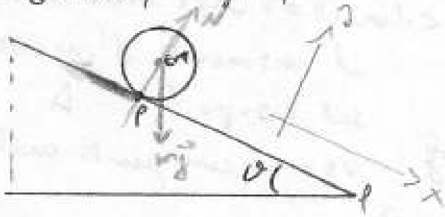
2) $V_g = ?$

Se vale il puro rotolamento, ovvero moto senza strisciamento (Punto P istantaneamente fermo). Cioè quando l'oggetto ruota, la sua velocità tangenziale è uguale a ωr: $V = \omega r$, solo se vale il puro rotolamento, per cui P è istantaneamente fermo.

Dobbiamo scrivere due equazioni, quella delle forze e quella dei momenti.
Il punto P, istantaneamente fermo, può essere usato per calcolare i momenti, ma essendo questo rende nulla la forza d'attrito; allora come polo per il calcolo dei momenti uso il centro di massa.

Le forze in gioco sono:

l'attrito, il peso, la forza normale



L'equazione delle forze esterne è:

$\bar{F}_{est}$

$\bar{F}_{est} = m\,\bar{a}_{cm}$, cioè le forze esterne devono essere uguali alla massa per l'accelerazione del centro di massa.

Abbiamo:

x) $mg \sin\theta - A = m a_x$

y) $-mg\cos\theta + N = m a_y = 0$ perché l'oggetto non vola, né affonda nel piano.

$\Downarrow$
$N = mg\cos\theta$

In generale sappiamo che:

$A = \mu N = \mu\, mg\cos\theta$ e l'attrito è statico;

sostituendo nella (x) abbiamo

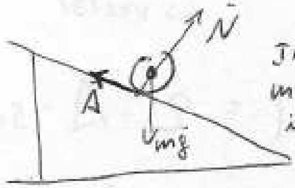
$\boxed{\cancel{m}g\sin\theta - \mu \cancel{m}g\cos\theta = \cancel{m}a_x}$ e questa è l'eq delle forze

non conosco né μ né a_x; dunque introduco l'eq dei momenti

L'equazione dei momenti:

$$\bar{M}_{est} = \frac{dL}{dt}$$

Il momento delle forze esterne deve essere uguale alla derivata del momento della quantità di moto rispetto al tempo.



Il centro di massa è il polo.

Per calcolare il momento occorre un polo: scegliamo il centro di massa.

Questo vuol dire che la forza di gravità non ha momento rispetto a questo polo perché il polo è il punto di applicazione della forza, quindi il braccio della forza è nullo (la distanza fra il punto di applicazione e il polo è nulla).

Anche il momento della forza $\bar{N}$ è nullo perché l'angolo formato da N e dal raggio è 0, cioè:

$\bar{M}_F = \bar{r} \times \bar{F}$

r è la distanza tra il punto di applicazione e il polo

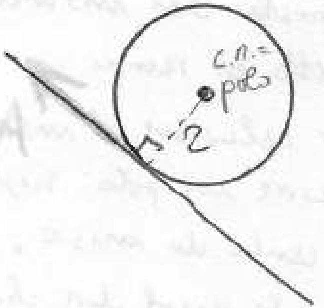
il raggio r e la forza $\bar{N}$ sono paralleli, quindi, essendo
$|\vec{M}| = |\bar{r} \times \bar{F}| = rF\sin\theta$
e $\sin\theta = 0$, il momento è nullo (non c'è rotazione)

L'unica forza che ha un momento non nullo è A.

Quindi il momento della forza di attrito M è:

$$\bar{M}_A = \bar{r} \times \bar{A}$$

↳ vector



$$|\bar{M}_A| = r \cdot A \cdot \sin\frac{\pi}{2}$$ (= 1)

$$= rA$$

E la somma delle forze esterne è:

$$\bar{M}_{est} = \sum_i \bar{M}^i_{est} = \bar{M}_A$$, cioè è solo M_A

Ricordando che:

$$\bar{M}_{est.} = \frac{d\bar{L}}{dt}$$

↓

somma momento forze esterne = derivata del momento della quantità di moto L rispetto al tempo.

Dobbiamo ora scrivere quanto vale $\frac{d\bar{L}}{dt}$ ~~nel~~ in questo caso: (15'05")

Non abbiamo, in questo caso, nessun "pezzettino", abbiamo un unico corpo che sta ruotando e il momento della quantità di moto del cilindro è L,

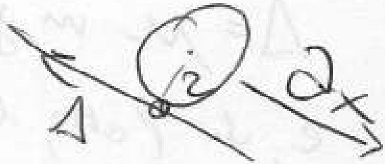
$L = I\omega$ e, siccome devo fare
il momento della quantità di moto del cilindro
una derivata, abbiamo:

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = I\dot{\omega}$$

15'36"

Quindi l'equazione momento delle forze esterne $= \frac{d\bar{L}}{dt}$ diventa

$$M_{est} = M_A = I\dot{\omega}$$



e sarà

$$1)\ A \cdot r = I\dot{\omega}$$

con $\dot{\omega}$ = accelerazione angolare = α = $\frac{a_{cm}}{R}$ cioè $\frac{\text{Accelerazione centro di massa}}{r}$

L'accelerazione del centro di massa è a_x e la 1) la possiamo scrivere come

$$\boxed{A\,r = I \cdot \frac{a_x}{r}}$$

A.V. 81.13

5

$$\boxed{A r = I \frac{a_x}{r}} \Rightarrow a_x = \frac{A r^2}{I}$$

da mettere insieme con le risultante della forze lungo l'asse x, la risultante delle forze è uguale alla massa per l'accelerazione:

$$mg \sin\theta - \mu mg \cos\theta = m a_x$$

ricordando che

$$A = \mu mg \cos\theta$$

e, di fatto, le uniche incognite sono μ e a_x. Abbiamo

$$mg \sin\theta - \mu mg \cos\theta = m \frac{A r^2}{I}$$

e ottengo:

$$mg \sin\theta - \mu mg \cos\theta = m \frac{\mu mg \cos\theta r^2}{I}$$

con unica variabile μ, coefficiente d'attrito

$$m\cancel{g} \sin\theta = \mu \left\{ m\cancel{g} \cos\theta + \frac{m^2 \cancel{g} \cos\theta r^2}{I} \right\}$$

$$\mu = \frac{m \sin\theta}{m\cos\theta + \frac{m^2 \cos\theta r^2}{I^2}}$$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta + \cos\theta \frac{mr^2}{I}} =$$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{1 + \frac{mr^2}{I}}$$

con

$$I = \frac{1}{2} m r^2$$

e allora

$$\mu = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \frac{1}{1 + \frac{\cancel{mr^2}}{\frac{1}{2}\cancel{mr^2}}} =$$

$$= \cancel{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}} = \boxed{\frac{1}{3}} \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

perchè è un cilindro
e 1/2 il punto maionale

Fine F1a

A.V. 51.13

F15 23'16"

- $n = 1$ n moli
- gas biatomico
- espansione è adiabatica, lo scambio di calore è nullo ($\Delta Q = 0$)
- $V_f = 4 V_i$
- $T_i = 250\ °C = 250 + 273,15 = 523,15\ K$

Una trasformazione adiabatica ha equazione di stato la seguente:

1) $$PV^{\gamma} = \text{costante} \quad \text{(Adiabatiche)}$$

con $\gamma = \dfrac{c_V}{c_P}$ c_V = calore specifico a volume costante, c_P = calore specifico a pressione costante

Valendo anche

$PV = nRT$, ricavo $P = \dfrac{nRT}{V}$ e, sostituendo nella 1) abbiamo:

$$\frac{nRT}{V} V^{\gamma} = \text{costante} \quad \text{ovvero}$$

$$nRT\, V^{\gamma - 1} = \text{costante}$$, ed abbiamo che n e R sono costanti, quindi

$$T V^{\gamma-1} = \boxed{\frac{\text{costante}}{nR}}$$ che è una costante

cioè

$$T V^{\gamma-1} = \text{costante} \quad 8$$

La relazione

$$T V^{\gamma-1} = \text{COSTANTE}$$ è vera per una trasformazione adiabatica

Il fatto che sia costante vuol dire che il suo valore era tale e quale dall'inizio alla fine.

$$\underbrace{T_i \, V_i^{\gamma-1} = T_f \, V_f^{\gamma-1}}_{\text{conosciuti}}$$ quindi

$$\frac{T_f}{T_i} = \frac{V_i^{\gamma-1}}{V_f^{\gamma-1}} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1}$$ con $V_f = 4V_i$, quindi

$$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\gamma-1}$$

Per conoscere il lavoro compiuto da una mole di gas si usa il I° principio della termodinamica

$$dU = \delta Q - \delta L$$ e questa trasformazione avviene adiabaticamente, quindi $\delta Q = 0$, non c'è scambio di calore quindi

$$\delta L = -dU$$

perché è adiabatica

A.V. 51.13

Vale la relazione

$$dU = n C_v \, dT \quad \text{per i gas perfetti}$$

dunque

$$\delta L = -dU = -n C_v \, dT \quad \text{per cui}$$

il lavoro è calcolato da un integrale:

$$L = \int \delta L = \int_{T_i}^{T_f} -n C_v \, dT =$$

$$= -n C_v (T_f - T_i) \quad \text{perché} \int_{T_i}^{T_f} dT = [T]_{T_i}^{T_f}$$

Cioè:

$$L = -n C_v (T_f - T_i)$$

con $T_i = 523{,}15\ K$

e $\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\gamma - 1}$ e il gas è biatomico

quindi $\gamma = \frac{c_v}{c_p} = \frac{5}{7}$

perché $C_v = \frac{5}{2} R$

e $C_p = \frac{7}{2} R$

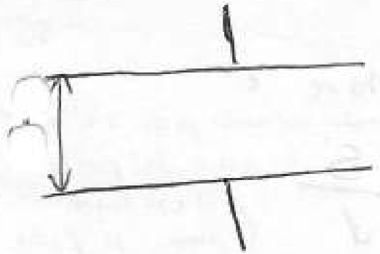
Per cui

$$L = -n C_v \left(T_i \left(\frac{1}{4}\right)^{\gamma - 1} - T_i \right) =$$

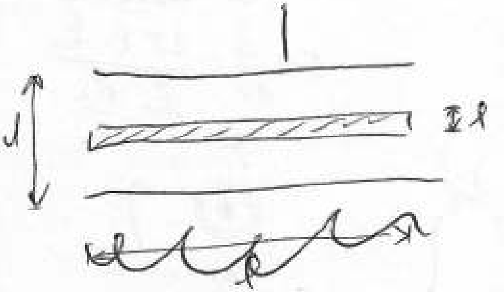
$$= -1 \cdot \frac{5}{2} R \left(523{,}15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{5}{7} - 1} - 523{,}15 \right) J$$

Fine F1b

F2 a



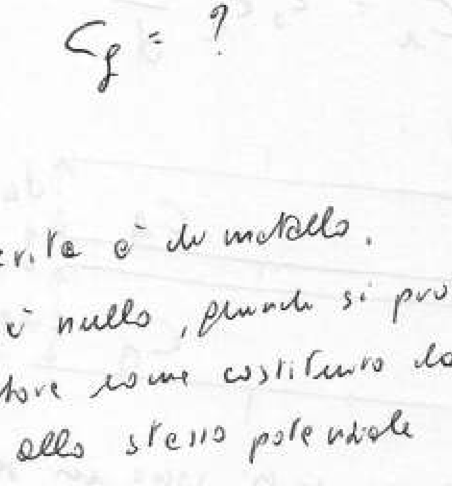
C_i



$C_g = ?$

Siccome la lastra inserita è di metallo, il campo nel metallo è nullo, quindi si può immaginare il condensatore come costituito da due lastre che sono allo stesso potenziale

e quindi $C_g \equiv$



Ho due capacità, quella formata dal piatto 1 con la faccia 2 della piastra e quella formata dalla faccia 3 della lastra con la faccia 4 del piatto, ovvero la capacità C_A e la capacità C_B

C_f sarà una combinazione di C_A e C_B.

--- 35'

La capacità di un condensatore è:

costante dielettrica, entrambe perché c'è ... d

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d}$$ → area del piatto

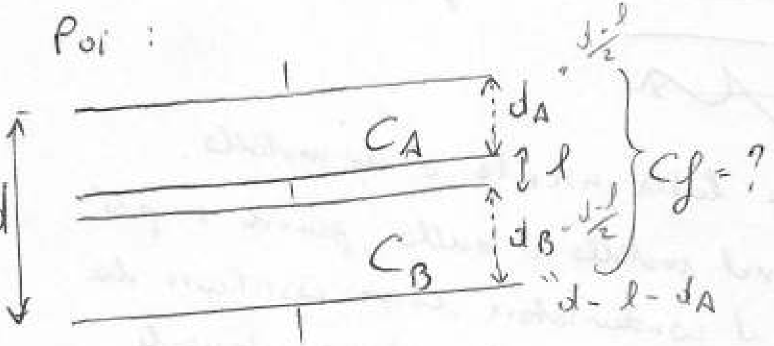
il condensatore è piano, se fosse stato cilindrico

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{2\pi L \varepsilon_0}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

Quindi:

$$C_i = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$

Poi:



Le capacità sono in serie, allora si somma gli inversi:

$$\frac{1}{C_f} = \frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B}$$

CAPACITÀ CONDENSATORI IN SERIE vd Appendice

Definito, come sopra, d_A, $d_B = d - l - d_A$

Dunque:

C_A ha una distanza d_A

e

C_B ha una distanza $d_B = d - l - d_A$

Le capacità saranno:

$$C_A = \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d_A}$$

$\varepsilon_2 = 1$, essendo aria

$$C_B = \varepsilon_0 \frac{S}{d - l - d_A}$$

$$\frac{1}{C_f} = \frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B} = \frac{d_A}{\varepsilon_0 S} + \frac{d - l - d_A}{\varepsilon_0 S} =$$

$$= \frac{\cancel{d_A} - l + d - \cancel{d_A}}{\varepsilon_0 S} = \frac{d - l}{\varepsilon_0 S}$$

Quindi

$$C_f = \frac{\varepsilon_0 S}{d - l} \quad \text{e, ricordando che } C_i = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

La considerazione che possiamo fare è che la capacità finale cambia, ma cambia non in funzione della posizione della lastra, data dalla variabile d_A (d_B è scritta in funzione di d_A).

La risposta è la variazione, quindi

$$C_f - C_i = \frac{\varepsilon_0 S}{d - l} - \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \varepsilon_0 S \left(\frac{1}{d-l} - \frac{1}{d} \right)$$

$$= \varepsilon_0 S \left(\frac{l}{d(d-l)} \right)$$

F25

È l'applicazione della legge di Lenz, conseguenza del 3° principio della dinamica (di azione e reazione) e della legge di conservazione dell'energia, che determina la direzione della forza elettromotrice risultante dall'induzione elettromagnetica in un circuito elettrico.

LA LEGGE DI LENZ STABILISCE CHE LA VARIAZIONE TEMPORALE DEL CAMPO MAGNETICO GENERA UNA FORZA ELETTROMOTRICE CHE CONTRASTA LA VARIAZIONE.

Ovvero, se abbiamo un campo magnetico variabile nel tempo ho una configurazione geometrica variabile nel tempo, allora la forza elettromotrice indotta sul circuito è data da:

$$fem = -\frac{d}{dt}\Phi_S(B) \quad \text{Legge di Lenz}$$

ovvero, col segno meno, la derivata rispetto al tempo del flusso di B ~~attraverso~~ rispetto alla superficie S in considerazione.

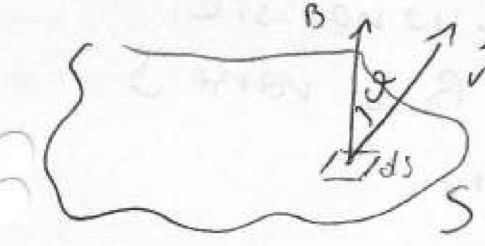
Il flusso su S del campo magnetico B è, per def.:

$$\Phi_S(B) = \int_S \bar{B} \cdot \hat{n}\, dS$$

$\bar{B}$: campo magnetico

$\hat{n}$: ↳ versore normale alla superficie S

dS: ↳ differenziale della area S



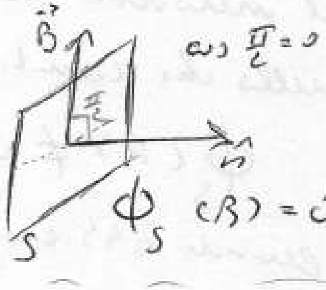
Il flusso infinitesimo

$$d\phi = (\bar{B} \cdot \hat{n})\, dS = |\bar{B}| \cdot \underset{1}{|\hat{n}|} \cdot \cos\vartheta \; dS$$

$\cos\vartheta$: angolo fra la normale e il campo magnetico B

$$\phi_S(B) = \int d\phi = \underbrace{\int |\bar{B}| \cos\vartheta \, dS}_{\text{quantità scalare}}$$

Affinché il flusso sia non nullo occorre che: 1) ci sia un campo magnetico; 2) che l'angolo ϑ non sia ~~nullo~~ tale per cui il coseno è 0, ad es. $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, il campo B e la superficie S sono perpendicolari, perché $\cos\frac{\pi}{2} = \cos 90° = 0$.



$\phi_S(B) = 0$

46'51"

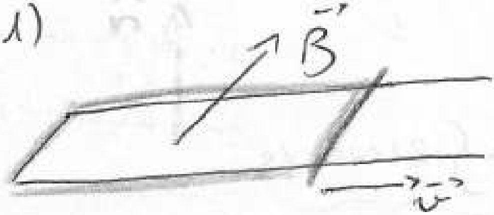
Nella legge di Lenz affinché la derivata sia non nulla, il flusso deve non essere costante nel tempo,

41.51.13

e affinché il flusso non sia costante, o varia B o varia S o variano entrambi.

Situazioni tipiche:

1)



due binari collegati, con un campo magnetico B diretto come in figura e una stanghetta che si muove sul binario a velocità $\vec{v}$.

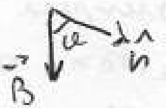
Facendo questo, si crea un circuito che ha una superficie S, quindi ha una sua normale $\hat{n}$ e, nel muoversi la stanghetta, con velocità $\vec{v}$, quello che cambia è il flusso di B su S:

$$\phi_S(B) \neq 0 \Rightarrow fem$$

e quindi abbiamo una forza elettromotrice.

2) altra situazione: una elettrocalamita, con una spira dentro, la spira poi viene messa in rotazione. Abbiamo un campo magnetico costante!!!

ma l'angolo fra $\vec{B}$ e la normale alla superficie della spira varia nel tempo:



$$\theta = \theta(t)$$

quindi il flusso è:

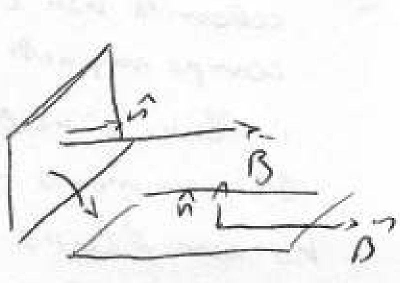
$$\Phi = \int B \cos\theta \, dS$$

e, variando θ nel tempo, il flusso varia nel tempo, quindi abbiamo una forza elettromotrice indotta

$$\frac{d\Phi}{dt} \neq 0 \Rightarrow f.em$$

53'50''

3) altra situazione: una spira e un campo magnetico. Si fa ruotare la spira sul piano e, in prima approssimazione, se il movimento è molto veloce si passa da una situazione in cui il versore $\hat{n}$ e il



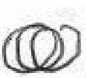
campo B sono paralleli,
ad una situazione in cui il versore $\hat{n}$ e il campo B sono ortogonali, quindi c'è una variazione di flusso:

$$\frac{d\Phi}{dt} \neq 0 \Rightarrow \text{f.e.m. indotta}$$

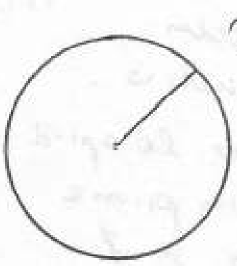
Dunque queste 3 tipologie di situazioni portano ad esercizi che vengono svolti nella stessa maniera:

$$f.e.m. = -\frac{d\Phi_S(B)}{dt}$$

Nell'esercizio dato

$N = 3$  3 spire $\Rightarrow R = 80\,\Omega$

$r = 0,5$ cm



La bobina quando c'è fuori della calamita non c'è campo magnetico e il flusso è nullo.
All'inserimento ho un flusso diverso da 0.

Il collegamento al galvanometro serve per misurare la differenza di potenziale.

Quindi ho una variazione di flusso che è significativa

$$\Phi_{t_1} = \int B \underbrace{\cos\vartheta}_{1 \text{ poi } \vartheta=} \, dS = \int 0 \cdot 1 \, dS = \underbrace{0 \cdot 3 \, Area}_{=}$$

B $\overset{"}{0}$ perché il campo magnetico è confinato nella calamita

area delle 3 spire

con 3 = numero spire

con Area della spira:

$$Area = \pi r^2 = 0$$

All'inserimento della spira nella calamita

$$\Phi_{t_2} = \int B \cos\vartheta \, dS =$$

$\vartheta = 0$ o $180° \Rightarrow \cos\vartheta = 1$ / -1

$$= B \cdot 1 \int dS$$

nella calamita, fuori dall'integrale perché costante

si assume $\vartheta = 0°$

A.V. 51,13

Quindi

$$\Phi_{r_2} = B \int dS = B \cdot Area\_Spira =$$

$$B \cdot 3 \cdot \pi \, 2^2$$

e ricordiamo che

$$\Phi_{r_1} = 0$$

Considerando la legge di Lenz:

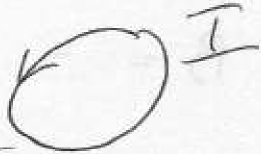
$$f.e.m = -\frac{d(\Phi)}{dt}$$ e approssimando gli infinitesimi a quantità finite:

$$f.e.m = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_{r_2} - \Phi_{r_1}}{\Delta t} =$$

$$= -\frac{B \cdot 3 \cdot \pi \cdot 2^2 - 0}{\Delta t} =$$

$$= -\frac{B \cdot 3 \cdot \pi \, 2^2}{\Delta t}$$

Sappiamo che la quantità di elettricità che viene messa in moto è $Q = 10^{-5}\,C$



$$\boxed{I = \frac{dq}{dt}}$$ definizione di corrente

Si deve stabilire il valore dell'induzione magnetica, di B, nell'avvolgimento.

Avendo una corrente che scorre, ho una differenza di potenziale, quindi

$$f.e.m = I \cdot R$$

per circuito — resistenza del circuito, delle 3 spire, che ciascuna

$$f.e.m = \frac{dq}{dt} R$$

$$-\frac{B \cdot 3\pi r^2}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} R$$ e passo alla quantità finite

$$-\frac{B \cdot 3\pi r^2}{\cancel{\Delta t}} = \frac{\Delta q}{\cancel{\Delta t}} \cdot R$$

$$-B \cdot 3\pi r^2 = \Delta Q \cdot R$$

$$B = -\frac{\Delta Q \cdot R}{3\pi r^2}$$

con $Q = 10^{-5}\ C$ conosciuto

$R =$ conosciuto

$r^2 =$ conosciuto

N.B.: in questo esercizio cambia B; in altri può cambiare la superficie o ~~l'altro~~ l'angolo

Fine F25

Tipicamente, per questo esercizio è misurare la carica e ricavare B oppure dato invece B e calcolare la carica.

Appendice A.V. 51.13

	SERIE	PARALLELO
RESISTENZE	$R_s = R_1 + R_2$	$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
CAPACITÀ	$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$	$C_p = C_1 + C_2$

S1.17

30/06/2011 Aula virtuale S1.16 / Polito 28.06.2014

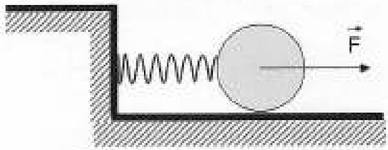
S3

Tracce d'esame

Esercizio F1a (Polito TIP)

Un disco omogeneo di massa m=0.5kg appoggiato verticalmente su di un piano orizzontale, può ruotare senza strisciare. L'asse del disco è collegato ad una molla di massa trascurabile il cui asse è orizzontale e normale all'asse del disco. L'altro capo della molla è fissato ad una superficie rigida (vedi figura).

Inizialmente il sistema è in quiete e la molla nella sua configurazione di riposo. L'applicazione all'asse del disco di una forza costante $\vec{F}$ diretta secondo l'asse della molla e tendente a distenderla mette il sistema in oscillazione nel piano verticale coincidente con il piano del disco.



Conoscendo che l'ampiezza delle oscillazioni è A=1 cm e che il loro periodo è T=π/10 s.

Si determinino:

1) l'intensità della forza $\vec{F}$

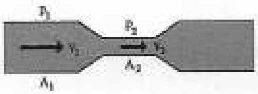
2) la costante elastica k della molla

Esercizio F1b Termodinamica (Polito TIP)

In un cilindro chiuso superiormente da un pistone mobile posto ad 80 cm dalla base sono contenute 10 moli di ossigeno ad una temperatura di 20 °C. Si calcoli il lavoro che si deve compiere per far abbassare il pistone di 30 cm con una trasformazione isoterma assumendo che il gas possa considerarsi gas perfetto.

Domanda D1a

Discutere le leggi fisiche che consentono di descrivere il funzionamento del tubo di Venturi.



Domanda D1b

Discutere il teorema di Carnot in termodinamica ed il concetto di irreversibilità con formule, grafici ed esempi.

Esercizio F2a Elettrostatica (Polito TIP)

Si vuole che un fornello elettrico dissipi una potenza di 2000 W. Se lo si alimenta con una d.d.p. di 125 V, quale deve essere la resistenza elettrica del fornello ?

Qual è la corrente assorbita dal fornello ?

Esercizio F2b (Polito TIP)

Una spira circolare di raggio r = 20 cm, posta su di un piano orizzontale, è percorsa da una corrente costante di 4 A. Come bisogna disporre un filo rettilineo indefinito percorso da una corrente di 6,28 A affinché il campo magnetico nel centro della spira sia nullo ?

Domanda D2a

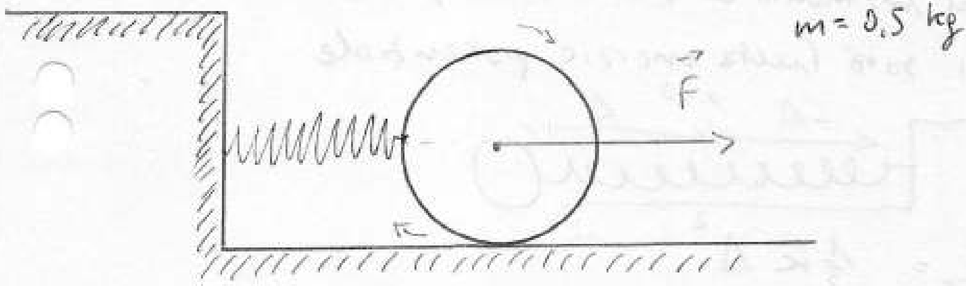
Discutere le condizioni di continuità/discontinuità dei campi elettromagnetici sulla superficie di separazione tra due materiali.

Domanda D2b

Discutere quantitativamente i fenomeni di riflessione e rifrazione in ottica con equazioni ed esempi.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 - n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

Fl 2 51.16



$A = 1$ cm

$T = \frac{\pi}{10}$ s

$\vec{F} = ?$

$k = ?$

Deve essere applicata la conservazione dell'energia.
L'elongazione del sistema è dovuta all'applicazione della forza.
Si impone che il lavoro fatto dalla forza è uguale alla energia posseduta complessivamente dal sistema.

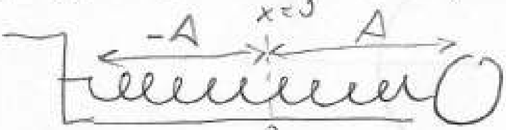
Per calcolare $\vec{F}$ si deve considerare che quando la molla è completamente distesa la forza $\vec{F}$ è bilanciata dalla forza della molla.
Si scrive la 2ª legge della dinamica e si uguaglia la somma delle forze alla massa per accelerazione:

$$\bar{F}_{TOT} = m\,\bar{a}$$

↳ somma delle forze

$F = k\,A$ che vale nel punto di elongazione massima

Scriviamo la conservazione dell'energia:
nel momento di massima elongazione della molla
ci sarà tutta energia potenziale



$$\underbrace{E_p = \frac{1}{2} k A^2}_{\text{Energia potenziale della molla}}$$

Questa energia potenziale della molla, al momento del rilascio si scaricherà nella rotazione del disco e in una sua traslazione.
Quindi nel momento in cui l'elongazione sarà nulla, cioè nel punto di equilibrio, ci sarà soltanto energia cinetica.

V e ω da conoscere

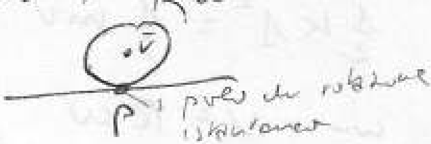
$$E_c = \underbrace{\frac{1}{2} m V^2}_{\text{Energia cinetica di traslazione}} + \underbrace{\frac{1}{2} I \omega^2}_{\text{Energia cinetica di rotazione}}$$

$E_p = E_c$ per la legge di conservazione dell'energia

Dobbiamo calcolare V e ω. $\underline{V}$
Quando l'oggetto rotola, la velocità del baricentro è legata alla velocità angolare ω.

c'è rotolamento senza strisciamento.* c'è

quindi vale



$$V = R\,\omega$$
(raggio)

Inoltre occorre conoscere I: l'oggetto, quando rotola, lo fa intorno all'asse, quindi il momento di inerzia I è uguale a:

$$I_c = \underbrace{\frac{1}{2} m R^2}_{\text{momento di inerzia del disco rispetto al centro di massa}}$$

Ma nella descrizione del moto, il polo istantaneo di rotazione è il punto P, quindi il momento di inerzia rispetto a P è:

$$I_P = I_C + m \underbrace{R^2}_{\text{distanza fra punto CM e punto P}} = \frac{1}{2} m R^2 + m R^2 = \frac{3}{2} m R^2$$

quindi abbiamo:

$$\frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} I_P \omega^2$$

e sostituendo V e I_P in termini di ω, abbiamo:

---

* con strisciamento occorre risolvere un sistema di eq. diff., risolvibile come problema di Cauchy, date le condizioni iniziali

AV 51.16

$$\frac{1}{2}k\Delta^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_P\,\omega^2$$

con $v = R\omega$

e $I_P = \frac{3}{2}mR^2$

Quindi abbiamo

$$\frac{1}{\cancel{2}}k\Delta^2 = \frac{1}{\cancel{2}}m\,R^2\omega^2 + \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{3}{2}mR^2\omega^2$$

$$k\Delta^2 = mR^2\omega^2 + \frac{3}{2}mR^2\omega^2$$

$$\boxed{k\Delta^2 = mR^2\omega^2\cdot\frac{5}{2}}$$

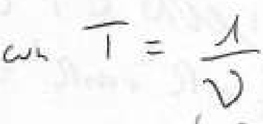
Ricordiamo che $T = \frac{\pi}{10}$ s

con $T = \frac{1}{\nu}$ ↳ frequenza , $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$

Per cui, conoscendo ora ω, posso scrivere

$$k\Delta^2 = mR^2\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\cdot\frac{5}{2} = mR^2\cdot\frac{10\pi^2}{T^2}$$

Nel caso di una oscillazione dovuta ad una molla abbiamo un'altra informazione su ω. Scrivendo l'equazione di una molla con un peso



$m\ddot{x} + kx = 0$ eq. di un oscillatore armonico

$$\ddot{x} + \boxed{\frac{k}{m}}\, x = 0$$

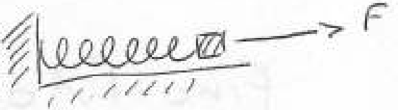
$\frac{k}{m} = \omega^2$ oppure ω_0^2 con ω_0 = pulsazione o frequenza caratteristica

essendo

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2 \Rightarrow \omega_0^2 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

↳ frequenza propria del sistema

Se metto una forza F



allora $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = F$;

la frequenza di oscillazione resterà quella:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Nel nostro caso abbiamo una frequenza propria del sistema e vale

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Nello svolgimento abbiamo dedotto che:

1) $k\Delta^2 = mR^2 \frac{10\pi^2}{T^2}$

qui manca la conoscenza di R, distanza fra punto centro di molla e P, e manca la conoscenza di k.

$F = k\Delta$ manca la conoscenza di k

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

e sappiamo che $T = \frac{\pi}{10}$ s con $T = \frac{2\pi}{\omega}$, ovvero $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Quindi:

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T} \quad \text{da cui}$$

$$\boxed{k = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m}$$

Poiché $F = k\,A = \frac{4\pi^2}{T^2} m\, A$ [illegible]

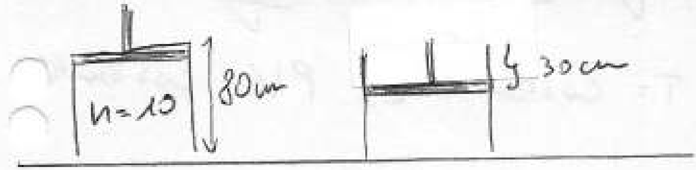
$$K = \frac{4\pi^2}{T^2} m$$

[illegible]

[illegible]

Fine F1 a

F1b



$T = 20°C$

Trasformazione isoterma

$L = ?$

Se la trasformazione è isoterma, partiamo dal 1° principio della termodinamica:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta L$$

isoterma $\Rightarrow \Delta U = 0$ poiché

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{gas perfetto}}}{\Delta U =} m C_v \int_{T_i}^{T_f} dT = 0 \quad \text{isoterma}$$

Quindi, per una isoterma

$$\Delta Q = \Delta L$$

Per definizione:

$$L = \int_{i \,\rightarrow\, \text{stato iniziale}}^{f \,\rightarrow\, \text{stato finale}} P \, dV$$

L'equazione dei gas perfetti ci dice che:

$$nRT = PV \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$$

isoterma $\Rightarrow T =$ costante $\Rightarrow PV =$ costante

Per cui

$$L = \int_i^f P\,dV = \int \frac{\overset{\text{costante}}{nRT}}{V}\,dV = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} =$$

$$= nRT \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|$$

$$\boxed{\int_a^b \frac{dx}{x} = \ln\frac{b}{a} \qquad (\ln b - \ln a) = \ln\frac{b}{a}}$$

C'è da calcolare $\frac{V_f}{V_i}$.

Il volume del cilindro V è:

$$V = h \cdot S$$

$$\left.\begin{array}{l} V_i = 0{,}8\,m \cdot S \\ V_f = 0{,}5\,\underset{\text{metri}}{m} \cdot S \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{0{,}5}{0{,}8}\cdot\frac{\cancel{S}}{\cancel{S}} = \frac{5}{8}$$

Quindi

$$L = \underset{10}{n} R \underset{20°C = 20+273{,}15\,K = 293\,K}{T} \ln\frac{5}{8}$$

[N.B. $\ln\frac{5}{8} < 0 \Rightarrow$ L è negativo, cioè] è fatto sul sistema, comprimendolo.

Fine F1S

F2a

$P = 2000\ W$

$V = 125\ V$

d.d.p.

$R = ?$

$I = ?$

$P = IV = \frac{V}{R} \cdot V = \frac{V^2}{R}$

$\frac{V}{R} = I$

$R = \frac{V^2}{P} = \frac{125^2}{2000}\ \Omega$

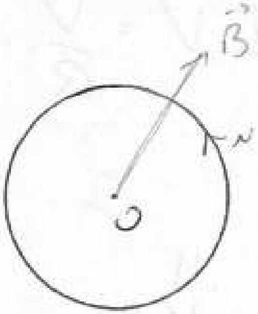
$I = \frac{P}{V} = \frac{2000}{125}\ A$

Fine F2a

9

AV 51.16

F2b



$R = 20\ cm$

$i = 4A$

$i_1 = 6,28A$

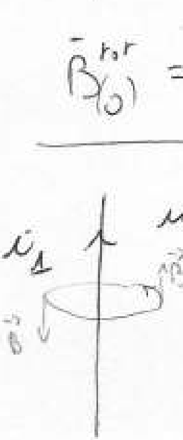
~~Un~~ Una spira percorsa da corrente => crea un campo magnetico.

Con i che circola come in figura B è uscente dal foglio.

Il filo può essere disposto nello spazio in qualunque modo, ma voglio farlo in modo che

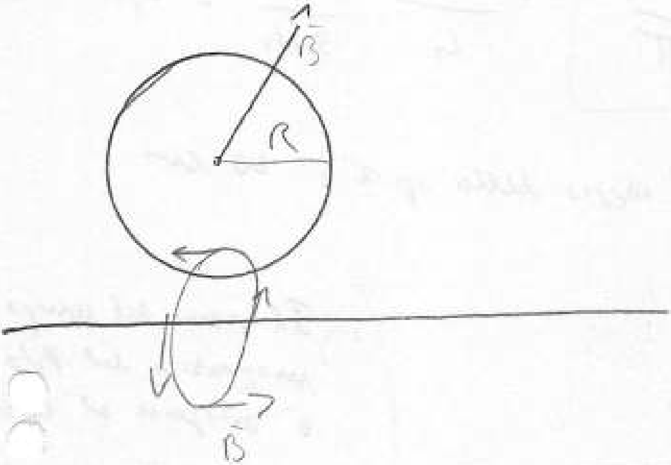
$$\bar{B}^{totale}_{(O)} = 0$$

$$\bar{B}^{tot}_{(O)} = B^{(O)}_{spira\ in\ O} + B^{(O)}_{filo\ in\ O}$$



un filo percorso da una corrente i_1, le linee di campo B come in figura.

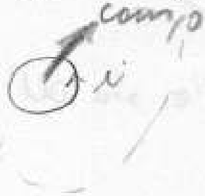
Il campo magnetico che annulla quello della spira deve essere perpendicolare al foglio e penetrante nel foglio, il filo deve dunque essere ______________



Il campo magnetico di una spira:

$$H_{spira}(0) = \frac{i}{2R}$$

al centro



Il campo magnetico del filo è:

$$H_{filo}(x) = \frac{i_1}{2\pi x}$$

ad una distanza x ↳ distanza tra filo e punto

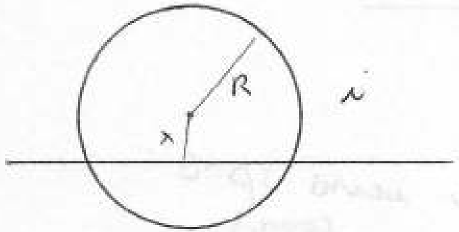
1V 51.16 18

$$H_{spira} = H_{filo}$$

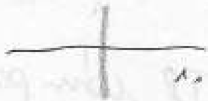
$$\frac{i}{2R} = \frac{i_1}{2\pi x}$$

$$\boxed{x = \frac{i_1}{i} \frac{R}{\pi}} = \frac{6,28}{4} \frac{0,2}{3.14} = 0,1 \text{ m}$$

Sappiamo che il raggio della spira e' 20 cm



(Il piano del campo magnetico del filo e' ortogonale al ...


)

n.b. il filo sta all'interno della circonfer

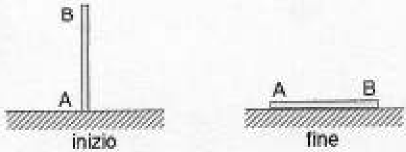
06/07/2011 Aula Virtuale 51.19 51.20

[6] Potto 25.06.19

(Potto TIP) **Tracce d'esame**

Esercizio F1a (Potto TIP)

Un'asta di lunghezza l=100 cm è tenuta verticalmente su di un piano orizzontale privo di attrito. Una volta lasciata libera l'asta è soggetta solo alla forza di gravità ed alla reazione del piano di appoggio e tende a cadere sul piano. Si chiede la velocità che avrà il baricentro dell'asta al momento dell'impatto con il pavimento.



Esercizio F1b Termodinamica (Potto TIP)

Si comprimono 2 moli di ossigeno (supposto gas perfetto) isotermicamente e reversibilmente alla temperatura di 20 °C fino a ridurre il volume alla metà di quello iniziale. Qual è la quantità di calore liberata nel processo ?

Domanda D1a

Discutere la legge di Stevino in idrodinamica con esempi ed applicazioni.

Domanda D1b

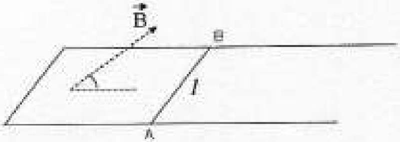
Discutere il concetto di entropia ed il secondo principio della termodinamica attraverso enunciati, teoremi ed applicazioni.

Esercizio F2a (Potto TIP)

Un condensatore piano con le armature distanti 10 cm è caricate con una differenza di potenziale di 10 V. Tra le armature del condensatore viene introdotta una carica Q di 2 Coulomb. Quale forza si eserciterà su tale carica ? (NOTA: la carica viene introdotta dentro il condensatore, non sulle facce.)

Esercizio F2b (Potto TIP)

Una barretta metallica AB di lunghezza l e resistenza R=10 Ω, si muove con velocità v costante toccando un binario piano anch'esso conduttore come indicato in figura. Il sistema è immerso in un campo magnetico che forma un angolo di 30° rispetto al piano del binario. Calcolare la corrente che scorre nella barretta metallica.



Domanda D2a

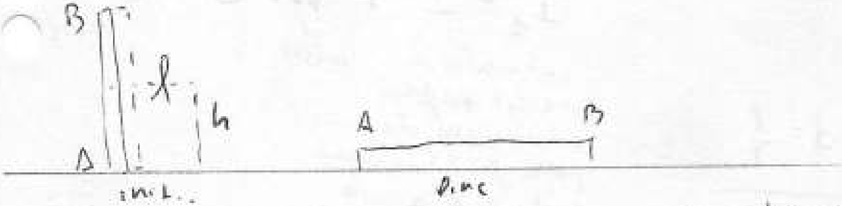
Le onde elettromagnetiche: esporre l'argomento attraverso equazioni ed esempi.

Domanda D2b

Discutere quantitativamente il fenomeno della diffrazione di un raggio di luce che passa tra due fenditure.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 – n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

F1 a



Il moto è da considerarsi una rotazione intorno al punto Δ.

Non ci sono forze dissipative, l'energia si conserva.
Quindi posso imporre la conservazione dell'energia tra l'istante iniziale e l'istante finale.

All'istante iniziale l'energia sarà tutta potenziale:

$E_p = mgh$, dove h è l'altezza del baricentro

All'istante finale tutta l'energia potenziale si è trasformata in energia cinetica:

$$E_c = E_{\substack{cinetica \\ c.m.}} + E_{\substack{cinetica \\ di\ rotazione}} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$$

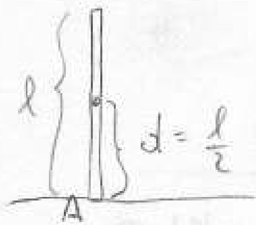
velocità angolare di rotazione

velocità del centro di massa

momento di inerzia del sistema rispetto al punto Δ

Il momento di inerzia deve essere calcolato rispetto al punto Δ, dove avviene la rotazione.

Il teorema di Huygens ci dice che il momento di inerzia rispetto al polo Δ è:



$$I_\Delta = \underbrace{I}_{\text{momento di inerzia rispetto ad un asse che passa per il baricentro e che è // all'asse che passa per } \Delta} + \underbrace{m}_{\text{massa}} d^2 \quad [\text{teorema di Huygens}]$$

Come sappiamo:

$$\boxed{I = \frac{ml^2}{12}}$$

momento di inerzia di rotazione della barretta rispetto al centro di massa.

quindi $I_\Delta = \frac{ml^2}{12} + m \cdot \frac{l^2}{4} = \frac{ml^2}{3}$

Deve essere:

$$E_{pot.} = E_{cinetica}$$

dunque:

$$1) \quad mg\overset{l/2}{h} = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{ml^2}{3} \omega^2$$

la velocità angolare di rotazione della barretta.

manca il collegamento fra queste due grandezze.

$V = R \cdot \omega$ valida per i moti di rotazione

(R: notare che è $\frac{l}{2}$)

$v = \frac{l}{2}\omega \Rightarrow \omega = \frac{2v}{l}$, che sostituisco nella 1), ~~equazioni~~:

$$mg \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{ml^2}{3} \cdot \frac{4v^2}{l^2} \quad \text{da cui}$$

$$v = \sqrt{\frac{3gl}{7}} \text{ m/s}$$

Fine F1a

F1 5

$n = 2$
gas perfetto
trasformazione isoterma e reversibile
$T_i = 20°C$
$V_f = \frac{1}{2} V_i$
$\Delta Q = ?$

Si parte dall'equazione dei gas perfetti:

$nRT = PV$

e, siccome è una isoterma, T = costante, quindi è costante nRT, cioè:

PV = costante

Quindi: $\boxed{P_f V_f = P_i V_i}$

Per il 1° principio, la variazione di energia interna è uguale alla variazione di calore meno la variazione di lavoro:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta L$$ 1° principio della termodinamica

Siccome la trasformazione è isoterma e il gas è perfetto, sappiamo che $\Delta U = C_v \, m \int_{T_i}^{T_f} dT$ con $T_i = T_f$,

allora $\Delta U = 0$,

quindi $\Delta Q = \Delta L$
da calcolare

Sappiamo che $\Delta L = \int_{\text{stato } i}^{\text{stato } f} P \, dV$

A.V. 51.19

$$\Delta Q = \int P\, dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V}\, dV$$

perchè isoterma

$$PV = nRT$$

$$P = \frac{nRT}{V}$$

$$\Delta Q = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$V_f = \frac{1}{2} V_i$ quindi

$$\Delta Q = nRT \ln \left| \frac{1}{2} V_i \frac{1}{V_i} \right| = nRT \ln \frac{1}{2} =$$

$\ln 2^{-1} = -\ln 2$

$$= nRT \cdot -\ln 2 =$$

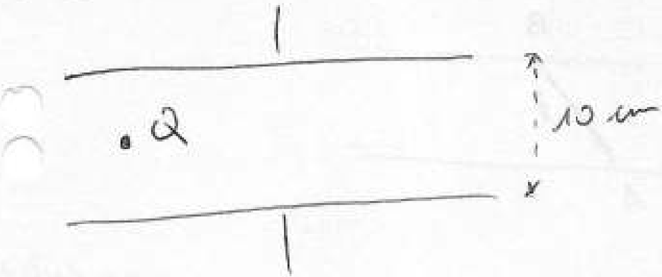
Il segno - indica che il sistema sta cedendo calore

$T = 20°C = 20 + 273,15 = 293,15\ K$

$n = 2$

Fine F1 5

F2a



$V = 10\ V$ $\qquad F = ?$

$Q = 2\ C$

La forza che si esercita sulla carica elettrica è, per def.:

$\bar{F} = q\,\bar{E}$ poiché $\bar{E} = \dfrac{\bar{F}}{q}$

Calcoliamo $\bar{E}$ nel caso di un condensatore piano

$$E = \frac{V}{d} \qquad \begin{array}{l} V = \text{d.d.p. fra due punti delle armature} \\ d = \text{distanza fra i piani} \end{array}$$

$$E = \frac{10\ V}{0.1\ m} = 100\ \frac{V}{m}$$ = campo elettrico del condensatore piano.

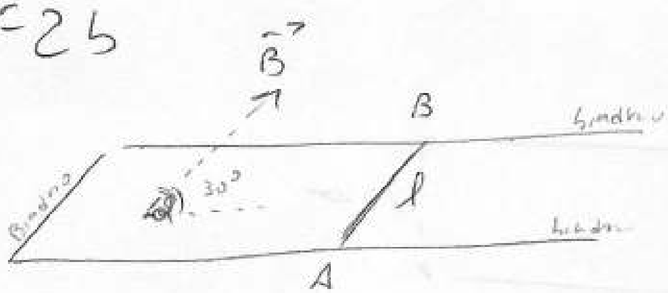
Quindi

$$F = 2\ C \cdot 100\ \frac{V}{m} = 200\ N$$

Fine F2a

AV. 51.19

F26



$\overline{AB} = l$

$R = 10\ \Omega$

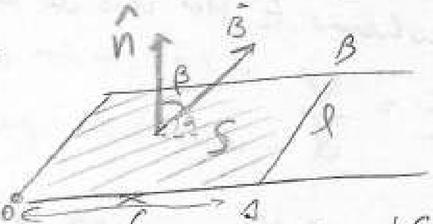
v = costante

$\alpha = 30°$ (angolo formato da $\bar{B}$ e il piano del binario)

che esce dal foglio

$i = ?$ (corrente nella barretta)

Nel muovere la barretta cambiamo il flusso del campo magnetico.



$$\phi = \int_{\text{superficie}} \bar{B} \cdot \hat{n}\, dS = \int_{\text{superficie}} B \cos\beta \, dS$$

flusso

scalar

direzione normale alla superficie

$\alpha + \beta = 90°$

$\beta = 60°$

$S = l \cdot x$

$dS = l \cdot dx$

l è fisso

Quindi:

$$\phi = \int_{\text{sup}} B \cos\beta \, \underbrace{l\, dx}_{dS}$$

costante

$$\phi = B\cos\beta\, l \int_{x_{in}}^{x_{fin}} dx =$$

(Superficie chiusa da x_{iniz} e x_{finale})

$$= B\cos\beta\, l\, (x_{fin} - \underbrace{x_{iniz}}_{0}) =$$

$$= B\cos\beta\, l\, x_{finale}$$

Il flusso varia in funzione dello spostamento della barretta e variando il flusso si induce nel circuito una ~~ddv~~ differenza di potenziale tra i capi della barretta questa d.d.p è forza elettromotrice:

$$f.e.m = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\cos\beta\, l\, x_f) =$$

$$= -B\cos\beta\, l \cdot \boxed{\frac{dx_f}{dt}}$$

x è la posizione della barretta e la sua variazione nel tempo è la velocità

$$= -B\cos\beta\, l\, v$$

$$i = R\, f_{em} = R\cdot(-B\cos\beta\, l\, v) =$$

resistenza

$$= -RB\cos\beta\, l\, v =$$

$$= -RB\sin\alpha\, l\, v$$

$\cos\beta = \sin\alpha$ già α e β complementari

AV. 51.18

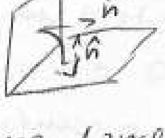
Da notare che:

$$f_{em} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \int_{\text{superficie}} \vec{B}\,\hat{n}\,dS$$

Per variare ϕ deve variare $\vec{B}$, o $\hat{n}$ o dS.

$\hat{n}$ si può considerare facendo ruotare una spira



dS si varia muovendo una barretta, come in questo esempio

$\vec{B}$ si ~~può consi~~ aumentando il raggio della spira

come è l'area

II° tipo di soluzione a livello microscopico   40'

$$\boxed{f_{Lorentz} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}}$$

determina lo spostamento delle cariche

$$q = -e$$

$$i = R\ f_{em}$$

Fine F25

 Aula virtuale 51.22 /Posto 29.06.14 51.23

[7]

Tracce d'esame

Esercizio F1a (Posto TIP)

Una sbarretta omogenea lunga l = 1 m e di massa m = 1kg è in quiete appoggiata su di un piano orizzontale privo di attrito. Due forze opposte aventi lo stesso modulo di 1 N e giacenti nel piano vengono applicate perpendicolarmente agli estremi della sbarretta per un intervallo di tempo Δt=0,1s. Determinare la velocità angolare della sbarretta.

Esercizio F1b (Posto TIP)

Un gas perfetto monoatomico compie, a partire da uno stato iniziale (Pi,Vi,Ti), un'espansione adiabatica PV^{γ}=costante, fino ad un volume finale V_f=1,5V_i. Sapendo che durante la trasformazione il calore assorbito è il doppio del lavoro prodotto, quanto vale il rapporto T_f/T_i tra le temperature finale ed iniziale ?

Domanda D1a

Discutere il teorema Bernoulli in idrodinamica con esempi ed applicazioni.

Domanda D1b

Discutere il teorema di Carnot ed il concetto di entropia in termodinamica con formule, grafici ed esempi.

Esercizio F2a (Posto TIP)

6 condensatori piani uguali posti in parallelo, ciascuno dei quali di superficie di 400 cm^2, distanza tra i piatti di 1,5mm e costante dielettrica relativa pari a 5, vengono caricati al potenziale di 300 volt, mentre l'armatura esterna è a terra. Quale carica totale acquisteranno le armature interne ?

Esercizio F2b (Posto TIP)

Un elettrone si muove con velocità di 1m/s in un campo magnetico di 1 Tesla diretto perpendicolarmente alla traiettoria dell'elettrone. Calcolare:

1) la forza deviatrice che si esercita sull'elettrone;
2) il periodo del moto circolare descritto dall'elettrone.

(Dati: carica dell'elettrone e = -1,6 10^{-19}C, massa dell'elettrone m = 9,1 10^{-31} kg)

Domanda D2a

Le onde in elettromagnetismo: esporre l'argomento attraverso equazioni ed esempi.

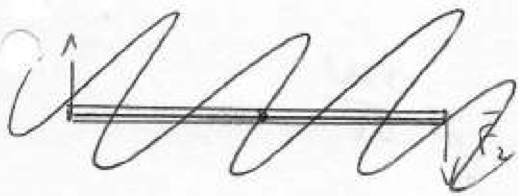
Domanda D2b

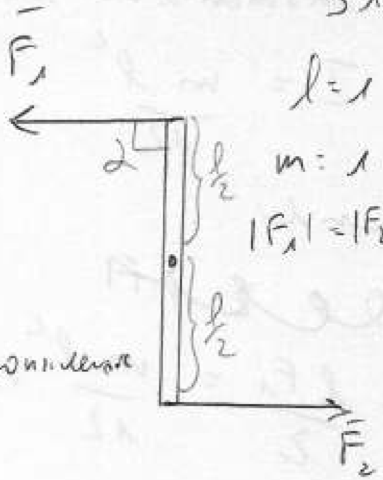
Discutere quantitativamente la legge di Snell con formule grafici ed esempi.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 – n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

Fla

51.22





$l = 1\ m$

$m : 1\ kg$

$|F_1| = |F_2| = 1\ N$

Per lo svolgimento bisogna considerare le equazioni del moto.

$$\underbrace{\sum_i \bar F_i}_{\text{Risultante delle forze applicate}} = m\,\bar a_c$$

↳ accelerazione del centro di massa

$$0 = m\,\bar a_c$$

=> il sistema non trasla, la barra non andrà né a destra né a sinistra, né su, né giù.

La seconda equazione cardinale:

$$\bar M = I\,\dot\omega\,\hat n$$

↓ momento risultante delle forze applicate; i momenti saranno 2, $\bar M_1$ e $\bar M_2$:

$$|\bar M_1| = |\bar M_2| = \frac{l}{2}\cdot \underbrace{\sin\alpha}_{1}\cdot F_1 = \frac{l F_1}{2}$$

$$M = 2\cdot\frac{l F_1}{2} = l F_1 \qquad (= l F_2)$$

↳ perché abbiamo due forze uguali

Il momento di inerzia I :

$$I = \frac{m l^2}{12}$$

Quindi

$$\cancel{2}\,\frac{l F_1}{\cancel{2}} = \frac{m l^2}{12}\cdot\dot{\omega}$$

$\frac{d\omega}{dt}$ "accelerazione angolare"

$$\dot{\omega} = \frac{F_1\cdot 12}{m l}$$

Poiché $\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$ e sapendo che $\Delta t = 0{,}1\ s$

abbiamo:

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_f - \overset{0}{\omega_i}}{\Delta t} = \frac{\omega_f}{\Delta t}$$

cioè:

$$\omega_f = \dot{\omega}\cdot\Delta t = \frac{12\cdot F_1}{m l}\cdot\Delta t$$

Fine F1a

F15

monoatomico

(P_i, V_i, T_i)

coeff. di dilatazione adiabatica

Espansione adiabatica $(PV^{\gamma} = \text{costante})$

$V_f = 1{,}5\, V_i$

$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5/2}{3/2} = \frac{5}{3}$

$\frac{T_f}{T_i} = ?$

$c_v = \frac{3}{2}$

$c_p = \frac{5}{2}$

L'equazione dei gas perfetti:

$$\begin{cases} nRT = PV \\ P_f V_f^{\gamma} = P_i V_i^{\gamma} \end{cases} \Rightarrow P_f = P_i \frac{V_i^{\gamma}}{V_f^{\gamma}} = P_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma}$$

e:

$nRT = PV$

$P_f = P_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma}$

$$nRT_f = P_f V_f \Rightarrow \underbrace{nRT_f = P_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma} \cdot V_f}$$

$$\underbrace{nRT_i = P_i V_i}$$

Rapporto tra le due equazioni

AV 51.22

$$\frac{\cancel{n}\cancel{R}T_f}{\cancel{n}\cancel{R}T_i} = \frac{\cancel{P_i}\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma} V_f}{\cancel{P_i} V_i}$$

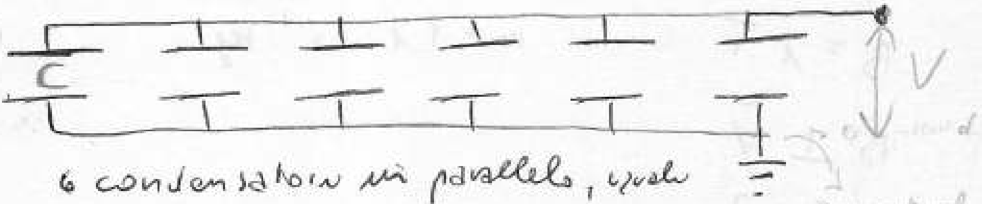
$$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma} \cdot \frac{V_f}{V_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{1,5}\right)^{\frac{2}{3}}$$

con $V_f = 1.5\, V_i$

e $\gamma = \frac{5}{3}$

Fine F15

F2 a



6 condensatori in parallelo, uguali

$S = 400 \ cm^2$ $\qquad Q_{TOT} = ?$

$d = 1.5 \ mm$

$\varepsilon_2 = 5$

$V = 300$

$$C_{equivalente} = \sum_i C_i = 6 \cdot C$$

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2 \cdot \frac{S}{d}$$, perché

singolo condensatore

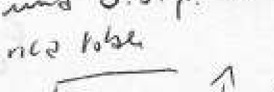
$$\boxed{C_{equivalente} = 6 \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_2 \cdot \frac{S}{d}}$$

CAPACITÀ EQUIVALENTE DEL SISTEMA

Sappiamo anche che: $C = \boxed{\frac{Q}{V}}$, nel nostro caso:

$$C_{eq} = \frac{Q_{TOT}}{\underset{d.d.p.}{V}}$$

e, in questo caso, abbiamo una capacità equivalente, una d.d.p. V e ci interessa la carica totale



$$Q_{TOT} = C_{eq} V$$

con $C_{eq} = 6 \ \varepsilon_0 \ \varepsilon_2 \cdot \frac{1}{d}$

e $V = 300 \ V$

Fine F2A

S

AV 51.22

F26

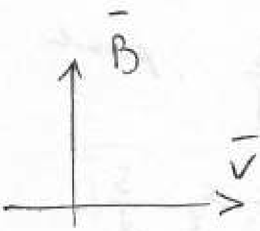
$V = 1\ m/s$ $\qquad e = -1.6 \cdot 10^{-19}\ C$

$B = 1\ T$ $\qquad m = 9.1 \cdot 10^{-31}\ kg$

$\bar{B} \perp \bar{V}$

1) $F = ?$
→ forza dinamica

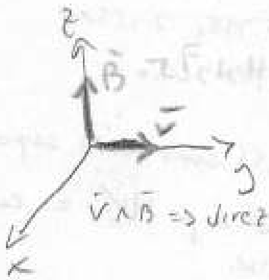
2) $T = ?$
→ periodo del moto circolare descritto dall'elett.



Sulla particella carica in moto in un campo magnetico si esercita la forza di Lorentz:

$$\bar{F}_{Lorentz} = q \underbrace{\vec{V}}_{vel.} \wedge \vec{B}$$

"$\wedge$" = "$\times$" = Prodotto vettoriale

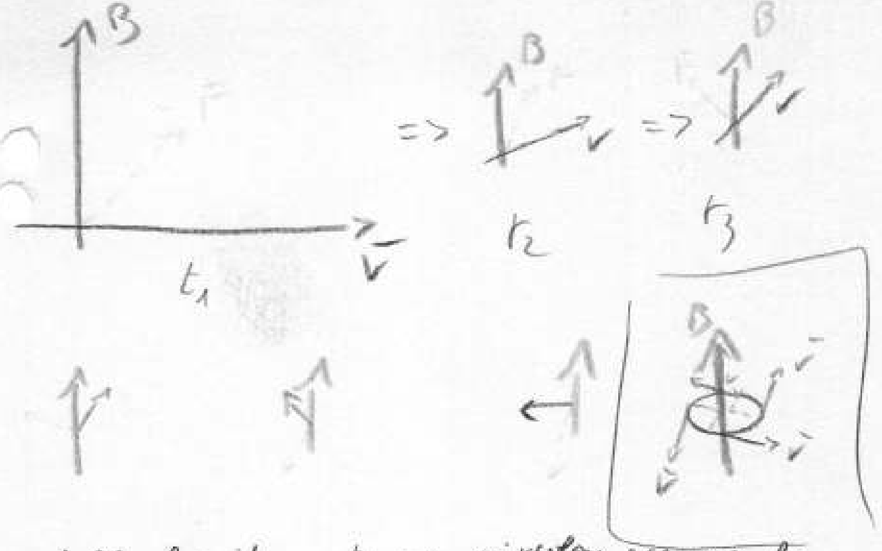


$\bar{V} \wedge \bar{B} \Rightarrow$ direzione x, con $-e$ è diretta in $-x$

$$\bar{F}_{elettrone} = -e\ \bar{V} \wedge \bar{B}$$

$$\boxed{|F| = -e\ VB \cdot \text{sen } 90° = -e\ VB} \checkmark$$

Ora vediamo il periodo del moto circolare descritto dall'elettrone.



Affinché il moto sia circolare occorre che la forza di Lorentz sia bilanciata dalla forza centripeta

moto circolare uniforme
⇓
$v = \omega r$

$$|F_{Lorentz}| = |F_{centripeta}|$$

$$evB = m\omega^2 r$$

e sostituendo $v = \omega r$, abbiamo

$$e\cancel{\omega r}B = m\omega^{\cancel{2}}\cancel{r}$$

$$\omega = \frac{eB}{m}$$ velocità angolare

Poiché $T = \frac{\omega}{2\pi}$ allora $T = \frac{eB}{2\pi m}$

Fine F25

AV. 51.22

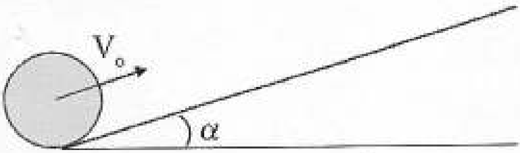
18/07/2011 Aula virtuale 51.25 / (fatto 30.06.14) 5126

[8]

Tracce d'esame

Esercizio F1a (Fatto TIP)

Un cilindro orizzontale di massa 1kg viene lanciato in SALITA lungo un piano inclinato scabro avente inclinazione di $\alpha = 30^{\circ}$. La velocità iniziale del baricentro del cilindro è di 20 m/s. Il moto è di puro rotolamento.



Determinare il tempo necessario per arrivare alla quota massima. (Suggerimento: nel moto di puro rotolamento il punto di contatto tra sfera e piano inclinato è sempre istantaneamente fermo.)

Esercizio F1b (Fatto TIP)

Un litro di acqua alla temperatura di 27°C viene raffreddato fino alla temperatura di 17°C. Determinare la variazione di entropia dell'acqua. (Suggerimento: si consideri trascurabile la variazione di volume dell'acqua).

Domanda D1a

Discutere quantitativamente l'equazione di Bernoulli in idrodinamica con esempi ed applicazioni. In particolare dire: come si scrive l'equazione, come si ricava, cosa rappresenta, dove si applica.

Domanda D1b

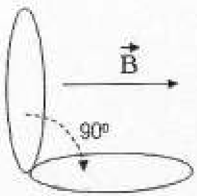
Discutere il legame tra calori specifici per un gas perfetto e gradi di libertà.

Esercizio F2a (Fatto TIP)

Un condensatore piano viene caricato alla differenza di potenziale di 100 V quando fra i suoi elettrodi vi è aria. Se all'aria si sostituisce olio di paraffina, la cui costante dielettrica relativa è 2.3, di quanto varia la tensione agli elettrodi del condensatore ? Di quanto varia la forza attrattiva per unità di superficie?

Esercizio F2b (Fatto TIP)

Un cerchio metallico del diametro di 1m è posto in un piano verticale ed è immerso in un campo magnetico di intensità pari ad 1T, diretto parallelamente all'asse del cerchio (vedi figura). La resistenza del cerchio è di 0,2 Ω. Ad un certo istante il cerchio cade fino a raggiungere la posizione orizzontale. Calcolare la carica che fluisce nel cerchio.



Domanda D2a

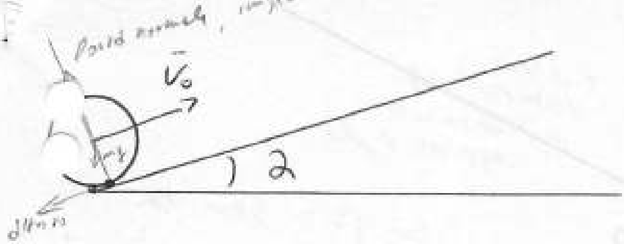
Discutere la legge di Biot-Savart con equazioni, esempi ed applicazioni.

Domanda D2b

Discutere il fenomeno della DIFFUSIONE in ottica con equazioni, esempi ed applicazioni.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 – n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

F1 a



piano scabro = attrito .

Le forze sono:

il peso
l'attrito
la forza normale

$$m\bar{g} + \bar{A} + \bar{N} = m\bar{a}_c$$

$$\bar{M} = I\dot{\omega}\,\hat{n}$$

Per il calcolo del momento il polo utile è quello dato dal punto di contatto.

Sappiamo che il polo rispetto al quale calcoliamo il moto di rotazione deve essere fermo.

• Le equazioni del moto

La 1ª equazione cardinale

$$\underset{\text{peso}}{m\bar{g}} + \underset{\text{attrito}}{\bar{A}} + \underset{\text{Reazione vincolare}}{\bar{N}} = m\underset{\text{acc. del centro di massa}}{\bar{a}_c}$$

$$\bar{F} = m\bar{a}$$

La 2ª equazione cardinale ci dice che il momento M delle forze è:

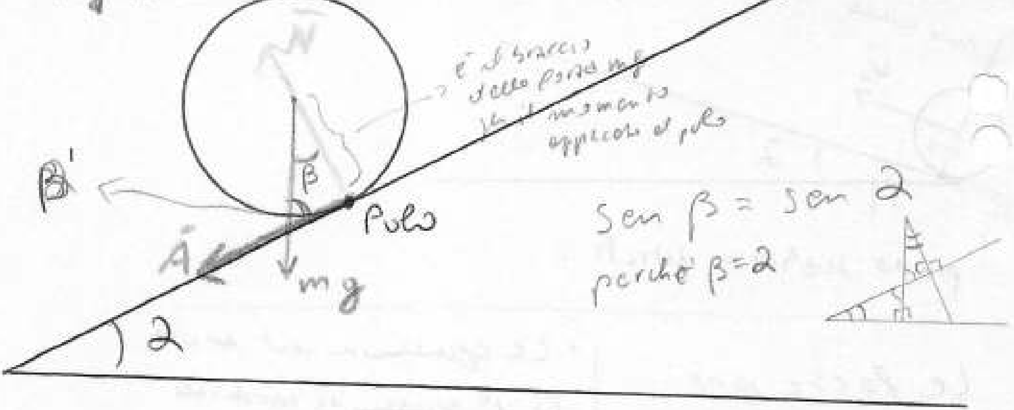
$$\bar{M} = I\dot{\omega}\,\hat{n}$$

versore ⊥ al piano del foglio intorno a cui avviene la rotazione

E il punto di contatto è istantaneamente fermo poiché assumiamo il moto di puro rotolamento.

A = attrito

mg = Peso



sen β = sen α

perché $\beta = \alpha$

Rispetto al polo, i momenti da calcolare saranno:

$\bar{M} = M_G + M_A + M_N$, cioè il momento della forza di gravità, quello dell'attrito e quello della reazione normale

Il momento generale è

$\bar{M}_F = \bar{r} \times \bar{F}$

- Per $\bar{A}$, il punto di applicazione della forza di attrito coincide con il polo, quindi r, nel caso della forza d'attrito, è zero, quindi $M_A = 0$
- Per $\bar{N}$ vale lo stesso discorso di $\bar{A}$, quindi $M_N = 0$
- Per mg il momento sarà: $\sin\beta = \cos\beta' = \sin\alpha$: $\beta = \alpha$

$$M_G = \underbrace{mg}_{F}\ \underbrace{r}_{r = \text{raggio}}\ \underset{\sin\alpha}{\sin\beta} = mgr\sin\alpha$$

r

Quindi

$M = M_G = mg\,r\,\sin\alpha$

Calcoliamo il momento di inerzia I:

$\bar{M} = I\,\dot{\omega}\,\hat{n}$

I è il momento di inerzia rispetto al polo, che per il Teorema di Huygens-Steiner, sarà:

$$I_{polo} = \underbrace{I_{cm}}_{\substack{\text{momento di}\\ \text{inerzia rispetto}\\ \text{al centro di massa}}} + m d^2 = \underbrace{\frac{1}{2} m r^2}_{I_{cm}} + \underbrace{m r^2}_{\substack{\text{perché la}\\ \text{distanza } d\\ \text{dal polo al}\\ \text{c.m. è } r}} = \frac{3}{2} m r^2$$

Dunque, essendo $\bar{M} = I\,\dot{\omega}\,\hat{n}$, abbiamo

$\cancel{m} g\,\cancel{r} \sin\alpha = \frac{3}{2} \cancel{m} r^{\cancel{2}}\,\dot{\omega}$, da cui

$\dot{\omega} = \frac{2}{3} g \frac{\sin\alpha}{r}$ e questa è l'accelerazione angolare.

$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$

$v = \omega r$ perché puro rotolamento

$$\boxed{a = \underset{\text{per def}}{\frac{dV}{dt}}} = \boxed{\underset{\text{per def}}{\frac{d\omega}{dt}} \cdot r = \dot{\omega}\,r}$$

→ l'uguaglianza è vera solo per il puro rotolamento

AV. 51.25

Siccome $a = \dot{\omega} r$ nel puro rotolamento,
La acc. del centro di massa

conoscendo $\dot{\omega}$, ricaviamo a

$$\dot{\omega} = \frac{2}{3} g \frac{\sin\alpha}{r}$$

$$a_{c.m.} = \underbrace{\frac{2}{3} g \frac{\sin\alpha}{r}}_{\dot{\omega}} \cdot \underbrace{r}_{r} = \frac{2}{3} g \sin\alpha$$

Il tempo necessario per arrivare alla quota massima sarà quando $v=0$. Abbiamo

$v(t) = v_0 + a t$ con a = costante

e, all'istante finale, t_{fine}, $v(t_{fine}) = 0$

ovvero

$$0 = v_0 - a\, t_{fine}$$

$$t_{fine} = \frac{v_0}{a}$$

$$t_{fine} = v_0 \cdot \frac{3}{2 g \sin\alpha} =$$

$$= 20 \frac{m}{s} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sin\alpha} \cdot \frac{1}{9{,}8 \frac{m}{s^2}}$$

n.b.: l'accelerazione si oppone al moto, quindi ha un segno $-$, è una decelerazione

Fine F1a

F15

$T_i = 27°C$

$T_f = 17°C$

$\Delta S = ?$

variazione di entropia

$V_f \simeq V_i$

calore specifico a V cost.

$$\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta Q}{T}$$

Per calcolare δQ, che è un differenziale non esatto, ricorriamo all'equazione del 1° principio:

$$dU = \delta Q - \delta L$$

con $\delta L = P\,dV$ e, siccome $V_f \simeq V_i$, allora $dV = 0$ e allora $\delta L = 0$

Se $\delta L = 0$ allora

$$dU = \delta Q$$

e $dU = m\,c_v \cdot dT$ e quindi

$$\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} \underbrace{\frac{m\,c_v\,dT}{T}}_{} = m\,c_v \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} = m\,c_v \ln \frac{T_f}{T_i}$$

$$\int_{T_i}^{T_f} \frac{dU}{T}$$

$T_i = 27°C + 273 = 300\ K$

$T_f = 17°C + 273 = 290\ K$

Fine F15

1V. 51.25

F2 a

$V_i = 100$ Aria → olio paraffina, $\varepsilon_r = 2,3$

$V_f = ?$

F_{pinze} per unità di superficie $= ?$

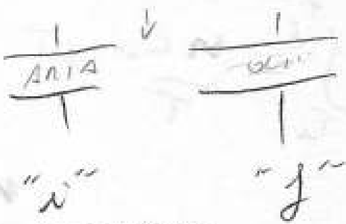
$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d}$$

$C_i = \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d}$ "i" aria $\Rightarrow \varepsilon_r = 1$

$C_f = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \frac{S}{d}$ "f" olio $\varepsilon_r \neq 1 = 2.3$

Il condensatore viene staccato (la carica si conserva), si introduce l'olio di paraffina

$$C = \frac{Q}{V}$$



$Q_i = Q_f$ la carica si conserva

$$V_f = \frac{Q_f}{C_f} = \frac{Q_i}{C_f} = \frac{C_i V_i}{C_f} = \frac{C_i}{C_f} V_i$$

$$V_f = \frac{C_i}{C_f} V_i = \cancel{\varepsilon_0} \cdot \frac{S}{\cancel{d}} \cdot \frac{1}{\cancel{\varepsilon_0} \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{\cancel{d}}} \cdot V_i = \frac{V_i}{\varepsilon_r}$$

~~Qual è la forza elettrostatica per unità di superficie~~

È chiesta la forza per unità di superficie 26'50''

La forza che si esercita tra le piastre del condensatore piano è:

$$F = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon_2 E^2 S \qquad V = 100 \qquad \varepsilon_2 = 2.3$$

$$E = \frac{V}{d}$$

La forza per unità di superficie si intende:

$$\frac{F}{S} = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon_2 E^2 \cancel{S}}{\cancel{S}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{V^2}{d^2}$$

Per determinare la differenza tra inizio e fine, possiamo calcolare la seguente quantità:

$$\left|\frac{\frac{F_f}{S} - \frac{F_i}{S}}{\frac{F_i}{S}}\right| = \left|\frac{\cancel{\frac{1}{2}\varepsilon_0}\varepsilon_2' \frac{V_f^2}{\cancel{d^2}} - \cancel{\frac{1}{2}\varepsilon_0}\cdot 1 \frac{V_i^2}{\cancel{d^2}}}{\cancel{\frac{1}{2}\varepsilon_0}\cdot 1 \frac{V_i^2}{\cancel{d^2}}}\right| = \qquad \left|\frac{\Delta F/S}{F/S}\right|$$

$$= \left|\frac{\varepsilon_2' V_f^2 - V_i^2}{V_i^2}\right| = \left|\frac{\cancel{\varepsilon_2}\frac{\cancel{V_i^2}}{\varepsilon_2^{\cancel{2}}} - \cancel{V_i^2}}{\cancel{V_i^2}}\right| = \left|\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right| = \frac{1}{2.3} - 1$$

Δr 51.015

Fine File

F26

$R = 0{,}2\ \Omega$

$d = 1\ m$

$B = 1\ T$

Il cerchio è un circuito che si sta muovendo nel campo magnetico.
Ci sarà dunque una forza elettromotrice indotta.

$$fem = -\frac{d\phi}{dt}$$

All'istante iniziale il flusso sarà B per l'area del cerchio, perché tutto il flusso è concatenato al circuito. Quando il cerchio va in orizzontale, il flusso sarà 0, zero, perché B è ortogonale all'asse della spira.

versore della spira

$$\phi_i = \bar{B} \cdot \hat{n}\, S = B\, S$$

scalare ⇓ $\cos\alpha$ $\qquad$ $\cos 0 = 1$

$\phi_f = 0$ perché l'angolo fra $\hat{n}$ e $\bar{B}$ è 90°.

quindi:

$$fem_{indotta} = -\frac{\phi_f - \phi_i}{\Delta t} = \frac{BS}{\Delta t}$$

8

Non conosciamo Δt, ma poiché ci viene chiesta la carica che fluisce nel cerchio, non serve. Infatti:

$$i = \frac{dq}{dt}$$ i è la corrente che circola nel circuito

ovvero

$$dq = i \cdot dt$$

Quindi la carica complessiva che circola nel circuito è:

1) $$q = \int dq = \int_{t_i}^{t_f} i \, dt$$

La corrente i è indotta dalla forza elettromotrice; vale la relazione

$$f.e.m = iR \Rightarrow i = \frac{f_a}{R}$$ e,

sostituendo i nella 1), ottengo

$$q = \int_{t_i}^{t_f} \frac{f}{R} \, dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{BS}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R} \, dt =$$

$$S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{R} \frac{BS}{\Delta t} \cdot \underbrace{\Delta t}_{= \int_{t_i}^{t_f} dt} = \frac{BS}{R}$$ e questa è

la carica che circola complessivamente nel circuito quando il circuito viene fatto ruotare. Valore approssimato, essendo per l'uso della forza elettromotrice indotta.

Fine F25

AV 51.25

19/07/2011
Aula Virtuale 51.28

svolgimento
in 51.30

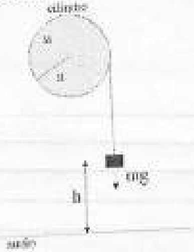
51.29

[9]

Tracce d'esame

Poli 30/06/2014

Esercizio F1a



Un oggetto di massa m è legato all'estremo di una fune inestensibile e massa trascurabile, avvolta intorno ad un cilindro di raggio R. Il cilindro di massa M può ruotare intorno al suo asse orizzontale fisso (il cilindro non può cadere). All'istante iniziale il corpo m si trova ad un altezza h dal suolo. Calcolare:

1) la tensione del filo,
2) l'energia cinetica del corpo m nell'istante in cui raggiunge il suolo.

Esercizio F1b

Un volume di 10 m^3 di gas perfetto biatomico alla temperatura di 20°C viene scaldato a pressione costante di 1 atm ponendolo direttamente a contatto con una sorgente a 600 K fino a raggiungere l'equilibrio termico. Qual è la variazione di entropia?

Domanda D1a

Discutere quantitativamente il principio di Pascal e la sua applicazione ai martinetti idraulici.

Domanda D1b

Discutere la teoria cinetica dei gas con formule, esempi ed applicazioni.

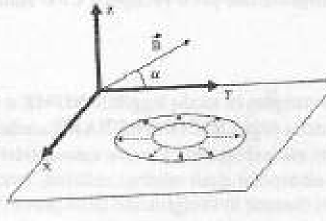
Esercizio F2a

Due condensatori A e B di capacità C_A=1μF e C_B=2μF rispettivamente, sono collegati in serie ad ai capi del sistema è applicata una differenza di potenziale ΔV=150V. Calcolare:

1) la capacità complessiva del sistema dei 2 condensatori.
2) le cariche che si trovano sulle armature dei due condensatori
3) l'energia elettrostatica immagazzinata in ciascuno dei due condensatori

Esercizio F2b

Una spira metallica di resistenza 5 Ω posta nel piano xy è immersa in un campo magnetico di 1 Tesla che forma un angolo di 30° con il piano xy. La spira viene dilatata simmetricamente da un raggio iniziale di 1cm fino ad uno finale di 2.5 cm. Calcolare la carica che circola nella spira.



Domanda D2a

Discutere le onde elettromagnetiche ed il significato del vettore di Poynting con equazioni, esempi ed applicazioni

Domanda D2b

Discutere il fenomeno dell'interferenza in ottica con equazioni, esempi ed applicazioni.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 - n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

51.023

UTIU
UNIVERSITÀ TELEMATICA INTERNAZIONALE UNINETTUNO

Facoltà di Ingegneria

Esame di Fisica

(19/07/2011)

Sede	
Data	
Nome Cognome	
Documento d'Identità	
Firma	

- **Numerare le pagine del compito.**
- **NON è consentito l'uso di libri, appunti o formulari di alcun tipo.**

Modalità di esame

- Gli studenti che devo sostenere l'esame di **Fisica** di qualunque corso di laurea, devono svolgere tutti e 4 gli esercizi **F1a**, **F1b**, **F2a** e **F2b** e rispondere per iscritto a tutte e 4 le domande **D1a**, **D1b**, **D2a** e **D2b.**

- Gli studenti che hanno avuto il **riconoscimento parziale di crediti formativi** relativi alla sola parte di fisica I, per superare l'esame di fisica (esame unico) devono sostenere l'esame sulla parte mancante (fisica II). Essi pertanto devono svolgere SOLO gli esercizi **F2a** ed **F2b** e rispondere per iscritto SOLO alle domande **D2a** e **D2b.**

Durata

- Il tempo a disposizione per l'esame di **Fisica** per tutti i corsi di laurea è di **4 ore**.
- Il tempo a disposizione per il **recupero CFU sulla parte di Fisica II** per tutti i corsi di laurea è di **2 ore**.

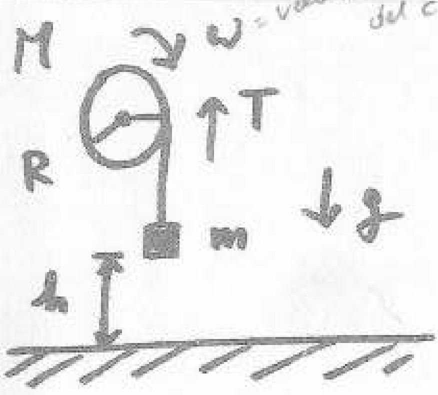
Istruzioni

- Scrivere sul compito in modo leggibile **NOME** e **COGNOME** su tutte le pagine del compito.
- Al termine della prova **RICONSEGNARE** anche questi fogli con il **testo degli esercizi.**
- E' consentito esclusivamente l'uso di **calcolatrici NON programmabili.**
- Dispositivi elettronici quali telefoni cellulari, lettori di file musicali, palmari, tablet, ecc. devono essere spenti durante lo svolgimento della prova d'esame.
- I compiti degli studenti inadempienti saranno annullati.
- Gli studenti portatori di handicap sono cortesemente invitati a far presente alla commissione le necessità specifiche richieste allo svolgimento dell'esame.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 - n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

(1)

$\boxed{F1e}$



$T = ?$

$E_{c\,fin} = ?$

$$\bar{F} = m\bar{a}$$ (1ª equazione cardinale, eq. di Newton)

$$T - mg = -ma$$

sul peso agiscono: la forza di gravità verso il basso e la tensione del filo verso l'alto.

(2ª eq. card.) $$\bar{M} = \frac{dL}{dt}$$

momento delle forze

momento angolare

derivata del momento angolare

Il polo di applicazione dei momenti è il centro del cilindro.

$$\underbrace{RT}_{\text{momento}} = \underbrace{I\dot{\omega}}_{\text{derivata del momento angolare}}$$

1ª eq. cardinale ↳

2ª eq. cardinale ↳

$$\begin{cases} T - mg = -ma & \text{(incognite } T, a\text{)} \\ RT = I\dot{\omega} & \text{(incognite } T, \dot{\omega}\text{)} \end{cases}$$

$\dot{\omega}$ = acc. angolare, con legame con a seguente:

$$a = R\dot{\omega} \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{a}{R}$$

(sostituisco $\dot{\omega}$)

$$RT = I\left(\frac{a}{R}\right)$$

*

Aula virtuale 51.28

51.30

$$\begin{cases} a = \dfrac{g}{1 + \dfrac{M}{2m}} \\[2ex] T = \dfrac{mg}{1 + \dfrac{2m}{M}} \end{cases}$$

Se $M \to \infty$ $\qquad T \to mg$

$\qquad\qquad\qquad\qquad a \to 0$

(4)

$$Q = \frac{2}{M} \frac{m g}{1 + \frac{2m}{M}}$$

$$= \frac{2m}{M} \frac{g}{1 + \frac{2m}{M}}$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{M}{2m}\right)} \frac{g}{1 + \frac{2m}{M}}$$

$$= \frac{g}{\frac{M}{2m} + \cancel{\frac{M}{2m}} \cancel{\frac{2m}{M}}} = \frac{g}{\frac{M}{2m} + 1}$$

Av 51,28

** (3)

$$T = \frac{mg}{1 + \frac{mR^2}{I}}$$

$$\boxed{I = \frac{1}{2} M R^2}$$

M = massa cilindro

m = " del pesetto

$$T = \frac{mg}{1 + \frac{m\cancel{R^2}}{\frac{1}{2}M\cancel{R^2}}} = \frac{mg}{1 + \frac{2m}{M}}$$

$$a = \frac{R^2 T}{I} = \frac{\cancel{R^2}\,\frac{mg}{1+\frac{2m}{M}}}{\frac{1}{2}M\cancel{R^2}} = \frac{2}{M}\,\frac{mg}{1 + \frac{2m}{M}}$$

(2)

*

$$\begin{cases} T - mg = -ma \\ RT = I\left(\frac{a}{R}\right) \end{cases} \longrightarrow a = \frac{R^2 T}{I} \qquad T - mg = -m\frac{R^2 T}{I}$$

$$T + \frac{mR^2 T}{I} = mg$$

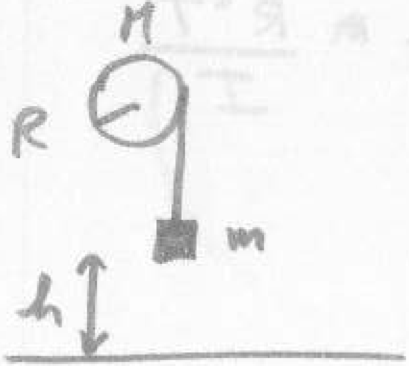
$$T\left(1 + \frac{mR^2}{I}\right) = mg$$

$$T = \frac{mg}{1 + mR^2/I}$$

**

Risposta 2)

Tutta l'energia potenziale si è trasformata in energia cinetica quando il peso tocca il pavimento.



$$\underbrace{mgh}_{\substack{\text{Energia Potenziale Gravitazionale,}\\ \text{che si trasforma in energia cinetica}\\ \text{man mano che l'oggetto cade.}}} = \underbrace{\frac{1}{2} m V^2}_{\substack{\text{en. cin. pesetto}\\ \text{TRASLAZ.}}} + \underbrace{\frac{1}{2} I \omega^2}_{\substack{\text{en. cin. del cilindro}\\ \text{ROTAZ.}}}$$

"momento di inerzia"

velocità tangenziale della fune

$V = R\omega \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} I \left(\frac{V}{R}\right)^2$

$$mgh = \left[\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} I \frac{1}{R^2}\right] V^2$$

7

$I = \frac{1}{2} M R^2$ m. d'inerzia del cilindro

$$mgh = \left[\frac{1}{2} m + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} M \cancel{R^2}\right)\frac{1}{\cancel{R^2}}\right] v^2$$

$$mgh = \left[\frac{1}{2} m + \frac{1}{4} M\right] v^2$$

$$\cancel{m} gh = \frac{\cancel{m}}{2}\left[1 + \frac{M}{2m}\right] v^2$$

$$v^2 = \frac{2gh}{1 + \frac{M}{2m}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{M}{2m}}}$$

7

AV 51 28

8

$$E_{\text{cin. del pesetto sul pavimento}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{\cancel{2}} m \left(\frac{\cancel{2} g h}{1 + \frac{M}{2m}} \right)$$

$$= \frac{m g h}{1 + \frac{M}{2m}}$$

File F1Q

Fib

$V = 10\ m^3$

gas perfetto $\underline{\underline{\text{bi}}}$-atomico

$T_i = 20\ °C$

$P_i = P_f = 1\ atm$ TRASF. ISOBARA

$T_f = 600\ K$

$\Delta S \overset{?}{=}$

$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T}$

def. di variazione di entropia

$\overset{NO}{\boxed{dQ}} \neq \overset{SI}{\boxed{\delta Q}}$

variazione di energia interna

(10)

$dU = \delta Q - \delta L \leftarrow$ 1° principio

$\delta Q = dU + \delta L$

$= n c_v \, dT + p \, dV \leftarrow$ gas perfetto

$p = \text{cost.} \Rightarrow p_i = p_f$

eq. dei gas perfetti

$nRT = PV$

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{n c_v \, dT}{T} + \int_{V_i}^{V_f} \frac{p \, dV}{T}$$

2

$$\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} n c_v \frac{dT}{T} + \int_{V_i}^{V_f} \frac{P\,dV}{T}$$

$$nRT = PV$$

$$\frac{P}{T} = \frac{nR}{V}$$

$$= \int_{T_i}^{T_f} n c_v \frac{dT}{T} + \int_{V_i}^{V_f} \frac{nR}{V}\,dV$$

$$= \int_{T_i}^{T_f} n c_v \frac{dT}{T} + nR \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

10

$$\Delta S = n c_v \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} + nR \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

$$= n c_v \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right| + nR \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|$$

$\boxed{nRT = PV}$ & $P = \text{cst.}$

$$\frac{V_f}{V_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

$$= n c_v \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right| + nR \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right|$$

$$\Delta S = (nc_v + nR)\ \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right|$$

$$\boxed{\begin{aligned} c_p - c_v &= R \\ c_p &= c_v + R \end{aligned}}$$

$$\Delta S = n\, c_p\ \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right|$$

$$\Delta S = \left(\frac{P_i V_i}{R T_i}\right) c_p \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right| \longleftarrow \boxed{\begin{aligned} nRT &= PV \\ n &= \frac{PV}{RT} \end{aligned}}$$

FINE FIb

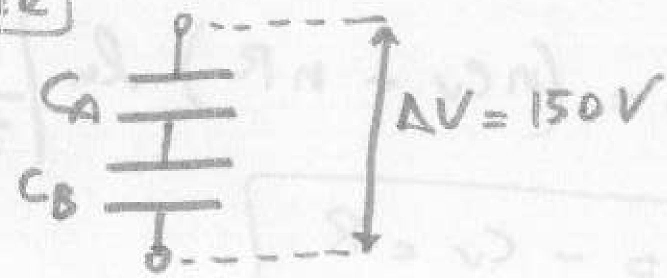
(14)

F2e

$C_A = 1\mu F$

$C_B = 2\mu F$

collegati in serie



1) $C_{equivalente} = \left(\frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B}\right)^{-1}$

La capacità (complessiva del sistema è una capacità equivalente)

2) Q_A, Q_B $\quad Q_A = Q_B$

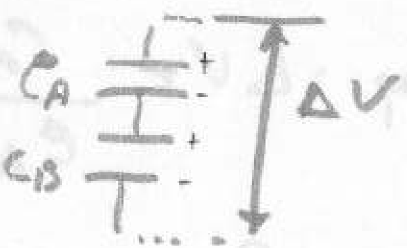
perché in serie, se in parallelo si sarebbero sommate

3) $\mathcal{E}_A, \mathcal{E}_B$

$$C_{eq.} = \frac{C_A C_B}{C_A + C_B}$$

La capacità; e C_A - C_B

$$C = \frac{Q}{V}$$



$$C_A = \frac{Q_A}{V_A} \quad , \quad C_B = \frac{Q_B}{V_B}$$

le relazioni sono vere, ma non conosciamo né V_A, né V_B, però conosciamo C_{eq}, la capacità complessiva

$$\boxed{C_{eq} = \frac{C_A C_B}{C_A + C_B}}$$

con questa formula scrivo la carica complessiva sui piatti dei condensatori

$$C_{eq} = \frac{Q}{\Delta V}$$ e vale: $$Q = Q_A = Q_B$$

$$Q = C_{eq} \cdot \Delta V = \frac{C_A C_B}{C_A + C_B} \Delta V$$

$C_A = 1\mu F$
$C_B = 2\mu F$
$\Delta V = 150V$
5 cond. in serie collegati

$$Q_A = Q_B = Q$$

---

formula dell'energia elettrostatica in funzione della carica e della capacità

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

$\mathcal{E}$ = energia elettrostatica

$$\mathcal{E}_A = \frac{1}{2} \frac{Q_A^2}{C_A} \quad , \quad \mathcal{E}_B = \frac{1}{2} \frac{Q_B^2}{C_B}$$

File F2e

F2b

$R = 5\,\Omega$

$\alpha = 30°$

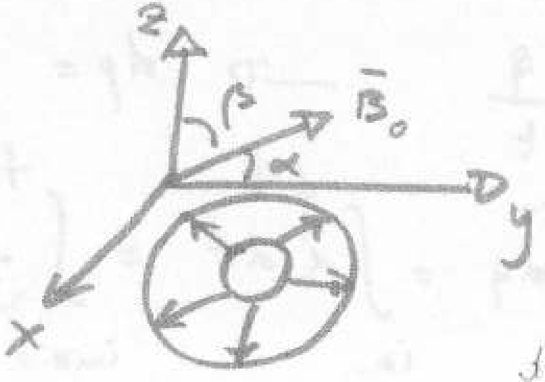
$|\bar{B}_0| = 1T$

↳ vettore induzione magnetica

$r = 1\ cm$

$R = 2.5\ cm$

$Q = ?$



$$\underset{\text{(indotta)}}{f_{em}} = -\boxed{\frac{d\Phi(B)}{dt}}$$

derivata del flusso del campo magnetico rispetto al tempo.

$$\Phi(B) = \underbrace{S \cdot B \cos\beta}_{def} = S \cdot B \underbrace{\operatorname{sen}\alpha}_{\text{perché } \cos\beta = \operatorname{sen}\alpha}$$

$i = f_{e.m.} \cdot R$

AVS.. 08

$$i = \frac{dq}{dt} \longrightarrow dp = i\,dt$$

$$Q = \int_{in.}^{fin} dq = \int_{in.}^{fin.} i\,dt = \int_{inizio}^{fine} f_{e.m.}\,R\,dt$$

$$= \int_{in}^{fi} -\frac{d\phi(B)}{dt}\,R\,dt = -R\int_{in}^{fin} \frac{d\phi(B)}{dt}\,dt$$

$$= -R\Big[\phi(B)\Big]_{in}^{fin} = -R\left(\phi(B)_{fin} - \phi(B)_{in.}\right)$$

inizio $\phi(B)_{in} = SB \overset{\sin}{\cancel{\cos}}\alpha \Big|_{in.} =$

$= (\pi r^2)\, B \overset{\sin}{\cancel{\cos}}\alpha$

fine $\phi(B)_{fin} = (\pi R^2)\, B \overset{\sin}{\cancel{\cos}}\alpha$

$Q = -R_{es.}\left[\pi R^2 B \overset{\sin}{\cancel{\cos}}\alpha - \pi r^2 B \overset{\sin}{\cancel{\cos}}\alpha\right]$

$= -R_{es.}\, \pi B \overset{\sin}{\cancel{\cos}}\alpha \left(R^2 - r^2\right)$

Fine F_{2b}

1V 51.28

20

 Aula Virtuale 51.31 /Patto 30.06.14 51.32

[10]

Tracce d'esame

Esercizio F1a = aula virtuale del 14.01.2011, 51.2 (è invertita/la dimensione

Una scala omogenea del peso di 50 kg e lunghezza 15m è appoggiata ad una parete verticale liscia e poggia sul suolo il cui coefficiente di attrito è μ. Sapendo che la scala forma un angolo di 30° rispetto all'orizzontale calcolare il valore del coefficiente di attrito tra la scala ed il pavimento, affinché essa resti in equilibrio.

Esercizio F1b (Patto TIPA

Un gas biatomico (γ=1.4) che si trova ad una pressione p_o viene compresso adiabaticamente in modo reversibile da un volume iniziale V_0 fino ad uno finale V. Sapendo che la trasformazione dura 10 minuti, calcolare la potenza media necessaria per compiere la trasformazione.

Domanda D1a

Discutere la legge di Pascal in fluidodinamica.

Domanda D1b

Discutere il secondo principio della termodinamica ed il teorema di Carnot in termodinamica con formule, grafici ed esempi.

Esercizio F2a Elettrostatica

Due conduttori A e B hanno una carica rispettivamente di $q_A=10^{-8}$C e $q_B=10^{-7}$C e si trovano rispettivamente ai potenziali V_A=100V e V_B=60V.

1) Se i due conduttori vengono collegati fra loro elettricamente, in che senso avviene lo spostamento, da A verso B o viceversa ? Giustificare la risposta.
   Calcolare inoltre il potenziale comune dei conduttori dopo che sono stati messi in contatto.
   Calcolare la variazione di energia elettrostatica tra la situazione prima e dopo la connessione.

Esercizio F2b Elettromagnetismo

Una spira rettangolare metallica è posta nel piano orizzontale tra i poli di un elettromagnete il cui campo forma un angolo di 30° con il piano della spira. Il campo dell'elettrocalamita è uniforme e misura 0.5T. La spira viene tirata orizzontalmente nel senso del lato più corto con la velocità di 5 m/s. Il lato più corto della spira è di 3 cm, il lato più lungo è di 15 cm e la resistenza del filo conduttore è 30 Ω. Si determini la forza elettromotrice indotta e la corrente che circola nella spira.

Domanda D2a

Discutere le onde elettromagnetiche con formule, grafici e dimostrazioni.

Domanda D2b

Discutere il fenomeno della diffrazione in ottica.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 – n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

(F1a = vd. esercizio simile aula virtuale 51.2 del 14.02.2011)

51.31

F15

Gas biatomico $\Rightarrow \gamma = 1.4$

p_0, V_0

adiabatica

p_f, V_f

$\Delta P_{potenza} = ?$

$\Delta t = 10$ minuti

Per lo svolgimento tenere conto che siamo in una adiabatica.

Dal 1° principio della termodinamica

$$dU = \delta Q - \delta L^{\text{lavoro}} \quad \text{I° princ.}$$

$\delta Q = 0$ perché adiabatica

$$\Downarrow$$

$$dU = -\delta L$$

questo differenziale non esatto in generale diventa esatto, per l'uguaglianza.

$$P_{ot} = \frac{dL}{dt} = -\frac{dU}{dt}$$

$\llcorner$ potenza = variazione del lavoro nell'unità di tempo.

Avendo Δt, possiamo approssimare la derivata con un rapporto di differenze finite

$$P \simeq -\frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$\Delta U = ?$ = variazione di energia interna del sistema

$\Delta t = 10$ minuti

Essendo un gas perfetto, la sua variazione di energia interna dipenderà unicamente dalla temperatura:

$$dU = n C_v \, dT$$

quindi

$$\boxed{\Delta U = n C_v (T_f - T_i)}$$

Se la trasf è adiabatica allora

$$pV^\gamma = \text{costante}$$

con $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ ed, essendo il gas biatomico, $\gamma = 1.4$

L'equazione dei gas perfetti, con l'eq. della adiabatica

$$\begin{cases} nRT = pV \\ pV^\gamma = \text{cost} \Rightarrow p_f V_f^\gamma = p_i V_i^\gamma \end{cases}$$

quindi

$$p_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^\gamma$$

Avremo dunque:

$$nRT_f = \boxed{p_f} \boxed{V_f} = \boxed{p_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^\gamma} \cdot V_f$$

quindi

$$T_f = \frac{p_i}{nR} \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^\gamma V_f$$

Analogamente possiamo fare per T_i.

$$T_i = \frac{P_f}{nR}\left(\frac{V_f}{V_i}\right)^{\gamma} V_i \quad ; \quad nRT = PV, \quad T_i = \frac{P_i V_i}{nR}$$

Quindi, avendo

$$\Delta U = n C_v (T_f - T_i)$$

abbiamo

$$\Delta U = n C_v \left(\underbrace{\frac{P_i}{nR}\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma} V_f}_{T_f} - \underbrace{\frac{P_i V_i}{nR}}_{T_i} \right)$$

$$\Delta U = \cancel{n} C_v \frac{P_i V_i}{\cancel{n}R}\left[\frac{1}{V_i}\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma} V_f - 1\right] =$$

$$= C_v \frac{P_i V_i}{R}\left[\quad \right]$$

$$\text{Potenza} \simeq -\frac{\Delta U}{\Delta t_{=10\ \text{minuti}}}$$

Fine F15

F2a

$q_A = 10^{-8}\,C \qquad V_A = 100\,V$

$q_B = 10^{-7}\,C \qquad V_B = 60\,V$

flusso di carica da

1) $B \to A$ o $A \to B$?

2) V_{comune} dopo il contatto

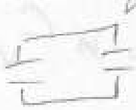
3) ΔE

↳ variazione di energia elettrostatica tra il prima e dopo la connessione

---

Calcoliamo le capacità dei conduttori:

parallelo



$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow C_A = \frac{q_A}{V_A}$$

$$C_B = \frac{q_B}{V_B}$$

Quando messi a contatto, i due conduttori vanno ad un potenziale comune

$$V_{comune} = \frac{Q_{complessiva}}{C_{equivalente\ del\ sistema}}$$

$$\left.\begin{array}{l} C_{equivalente\ (parallelo)} = C_A + C_B \\ Q_{complessiva} = Q_A + Q_B \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{V_{comune} = \frac{Q_A + Q_B}{C_A + C_B}}$$

Risp. a (2)

Per rispondere alla (1) occorre calcolare la carica che si trova sul condensatore B dopo il collegamento e vedere

se la carica è aumentata o diminuita.

$$Q'_B = V_{comune} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{la capacità non è cambiata}}}{C_B} = \frac{Q_A+Q_B}{C_A+C_B} \cdot C_B =$$

$$= \frac{Q_A+Q_B}{\underbrace{\frac{Q_A}{V_A}}_{C_A}+\underbrace{\frac{Q_B}{V_B}}_{C_B}} \cdot \frac{Q_B}{V_B} =$$

$$\frac{Q_B}{V_B} = C_B$$

$$= \frac{\frac{Q_A}{V_B}+\boxed{\frac{Q_B}{V_B}}}{\frac{Q_A}{V_A}+\boxed{\frac{Q_B}{V_B}}} \cdot Q_B$$

$Q'_B > Q_B$ se $\frac{Q_A}{V_B} > \frac{Q_A}{V_A}$ ovvero $V_B < V_A$;

e $\underset{60\,V}{V_B} < \underset{120\,V}{V_A}$ effettivamente

$$\Downarrow$$

$$\frac{Q_A}{V_B} > \frac{Q_A}{V_A} \Rightarrow Q'_B > Q_B$$

quindi la carica si è spostata verso B. (Risp. alla 1)

Calcoliamo la variazione di energia.

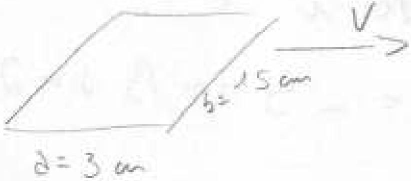
$$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} C V^2$$

$$\Delta \mathcal{E} = \frac{1}{2} C_{equiv.} \cdot (V_A - V_B)^2 \simeq 8 \cdot 10^{-8} J$$

Fine F2a

F25



a = 3 cm

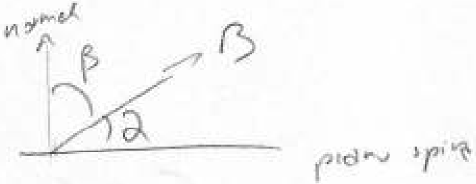
b = 15 cm

v = 5 m/s

R = 30 Ω

B = 0.5 T

→ vettore di induzione magnetica



α = 30°

β = 60°

$i = ?$ $\quad$ f.e.m = ?

$$f.e.m = -\frac{d\phi(B)}{dt}$$

$$\phi(B) = b\,a\,B\cos\beta = b\,a\,B\sin\alpha$$

Nel tempo varia la x, quindi: $\frac{dx}{dt} \neq 0$ perché c'è una velocità.

$$\frac{dx}{dt} = v = \text{costante}$$

$$f_{em} = -\frac{d\phi(B)}{dt} = -b\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{}B\sin\alpha$$

sostituiamo a, che varia in funzione del tempo

$f.em = -bvB \sin\alpha$ ✓

La corrente indotta i è:

$i = f.em \cdot R = -bvB\sin\alpha \, R$ ✓

Fine F25

8

51.35

27/09/2011 Aula Virtuale 51.34 /Pollo 01/07/124

[11]

Tracce d'esame

Esercizio F1a

Un cilindro omogeneo, partendo da fermo, rotola senza strisciare per una lunghezza di 2 m, lungo un piano inclinato di 30° rispetto all'orizzontale. Giunto alla fine del piano cade sul pavimento che si trova ad una distanza di 1 m al di sotto del punto di distacco del cilindro dal piano inclinato. Qual è la velocità del cilindro quando tocca il pavimento ?

Esercizio F1b (Pollo TIP)

Due moli di idrogeno (gas biatomico) vengono riscaldate a pressione costante in modo reversibile fino a raddoppiare il volume. Calcolare di quanto varia l'entropia del gas nella trasformazione indicata.

Domanda D1a

Discutere il funzionamento del tubo di Venturi in fluidodinamica.

Domanda D1b

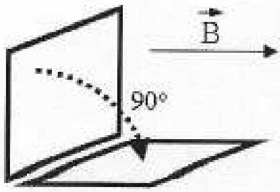
Discutere il ciclo di Carnot e gli enunciati del secondo principio della termodinamica, con formule, grafici ed esempi.

Esercizio F2a

Sulla superficie di un disco di raggio 10cm è distribuita una carica con densità uniforme $\sigma=2\times10^{-10}$ C/m^2. Qual è il valore del campo elettrico E in un punto P, posto alla distanza di 1 metro dal centro del disco, situato sull'asse del disco ?

Esercizio F2b (Pollo TIP)

Un quadrato metallico di lato 0.5m è posto in un piano verticale ed è immerso in un campo magnetico di intensità pari ad 1T, diretto parallelamente all'asse del quadrato (vedi figura). La resistenza del circuito quadrato è di 100 Ω. Ad un certo istante il quadrato cade fino a raggiungere la posizione orizzontale impiegando un tempo pari a 3 s.



Qual è la variazione di flusso magnetico ?
Qual è la differenza di potenziale media ai capi del circuito ?
Qual è la corrente che fluisce nel circuito ?
Qual è la carica che fluisce complessivamente nel circuito ?
(**NOTA: si trascuri ogni effetto della forza di gravità.**)

Domanda D2a

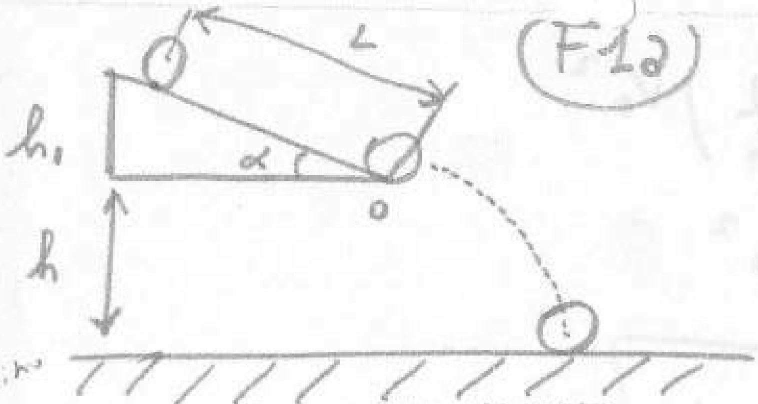
Discutere le equazioni di Maxwell in elettromagnetismo con formule, grafici ed esempi.

Domanda D2b

Discutere differenze ed analogie tra il fenomeno dell'interferenza e quello della diffrazione in ottica.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 – n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

F1a



$\alpha = 30°$

$L = 2m$

$h = 1m$

all'inizio tutta energia potenziale

$$mgh_1 = \underbrace{\frac{1}{2} m V_0^2}_{\text{Ecin di traslazione del baricentro}} + \underbrace{\frac{1}{2} I \omega^2}_{\text{Ecin rotazione del cilindro}}$$

moto puro rotolamento: punto di contatto istantaneamente fermo e non c'è lavoro fatto dalle forze di attrito e quindi si ha conservazione dell'energia

$$\boxed{V = R\omega}$$

$$\cancel{m} g L \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2} \cancel{m} V_0^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} \cancel{m} \cancel{R^2}\right)\left(\frac{V_0}{\cancel{R}}\right)^2$$

$$g L \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2} V_0^2 + \frac{1}{4} V_0^2$$

Aula virtuale 51.34

$$g L \operatorname{sen}\alpha = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right) v_0^2$$

$$g L \operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{4} v_0^2$$

$$\boxed{v_0^2 = \frac{4}{3} g L \operatorname{sen}\alpha}$$

$$\underbrace{\frac{1}{2}\cancel{m} v_0^2}_{\text{E cin. nel punto O}} + \underbrace{\cancel{m} g h}_{\text{E en. potenziale dal punto O al pavimento}} = \underbrace{\frac{1}{2}\cancel{m} v^2}_{\text{velocità finale sul pavimento}}$$

Riapplico lo stesso principio dal momento che l'oggetto comincia a cadere

$$v^2 = v_0^2 + 2gh \longrightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

velocità finale

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} g L \operatorname{sen}\alpha + 2gh}$$

FINE

Fine

F1b

$n = 2$

H_2 biatomico

$p = \text{cost.}$

$V_f = 2V_i$

$\Delta S = ?$

$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T}$

Variazione di Entropia

$dU = \delta Q - p\,dV$

$dU = \delta Q - \delta L \Rightarrow \delta Q = dU + \delta L$

$$\delta Q = dU + p\,dV$$

$$= n c_v\, dT + p\, dV$$

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} = \int_i^f \frac{n c_v\, dT + p\, dV}{T}$$

$$= n c_v \int_i^f \frac{dT}{T} + \int_i^f \frac{p}{T}\, dV =$$

$$\boxed{\begin{array}{c} nRT = pV \\ \frac{p}{T} = \frac{nR}{V} \end{array}}$$

$$= n c_v \int_i^f \frac{dT}{T} + \int_i^f \frac{nR}{V}\, dV$$

4

$$\int_i^f \frac{dT}{T} = \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right|$$

$$\int_i^f \frac{dV}{V} = \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|$$

$$\Delta S = n c_v \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right| + nR \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|$$

$$nRT = PV \qquad V = \frac{nRT}{P} \xrightarrow[P = \text{cost.}]{} \frac{V_f}{V_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

$\frac{V}{T} = \text{cost} \Rightarrow \frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f} \Rightarrow \frac{T_f}{T_i} = \frac{V_f}{V_i}$

$$\Delta S = n c_v \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right| + nR \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|$$

$$= (n c_v + nR) \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|$$

$$= n (c_v + R) \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|$$

$$= n c_p \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|$$

$$\boxed{\begin{aligned} c_p - c_v &= R \\ c_v + R &= c_p \end{aligned}}$$

biatomica $\rightarrow$ $C_p = \frac{7}{2}$

calore specifico
a pressione costante

$n \rightarrow$ 2 mole

$V_f = 2 V_i$

$$\Delta S = n C_p \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

FINE

Fib

F2e

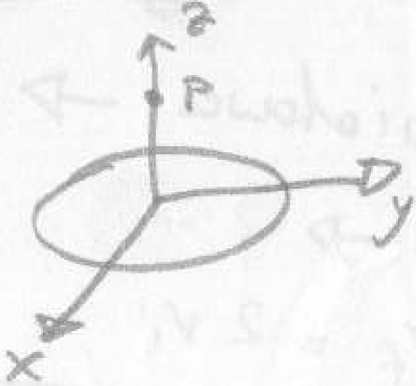
$R = 10\ cm$

$\sigma = 2 \cdot 10^{-10}\ C/m^2$

$E(P) = ?$

$z_P = 1\ m$

$x_P = y_P = 0$



Il calcolo deve essere fatto partendo dall'espressione del potenziale

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{Sup.} \frac{dq}{d}$$

potenziale

Per collegare q con d:

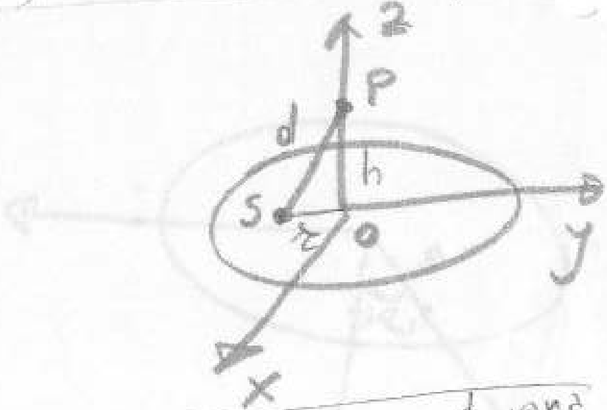
$$\sigma = cost. = \frac{Q}{area}$$

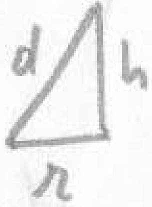
sigma, densità di carica

$$dq = \sigma \, dSup.$$

$dSup.$ // elementino di superficie

$$dSup. = dx\,dy$$



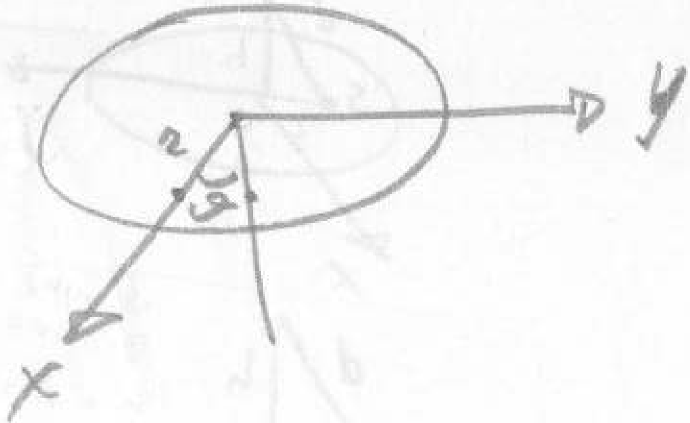


J varia
r varia
h è fisso

$$d = \sqrt{r^2 + h^2}$$

Al variare del punto S percorriamo tutta l'area del disco.

[illegible]



Passaggio alle coordinate polari:

$$d\,\text{Sup.} = \underbrace{dx\,dy}_{\text{Coord. CARTESIANE}} = \underbrace{r\,dr\,d\vartheta}_{\text{COORD. CILINDRICHE o POLARI}}$$

$$\boxed{dq = \sigma \, dSup. = \sigma \, \underbrace{r \, dr \, d\vartheta}_{\text{" } d\,Sup}}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{Sup.} \frac{dq}{d} =$$

$$\boxed{d = \sqrt{h^2 + r^2}}$$

unica cosa in più

unica cosa in più

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{Sup.} \frac{\sigma \, r \, dr \, d\vartheta}{\sqrt{h^2 + r^2}}$$

non dipende da ϑ

quest'integrale di sup può essere pensato come un integrale doppio

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \boxed{\int_0^{2\pi} d\theta} \boxed{\int_0^R \frac{\sigma\, r\, dr}{\sqrt{h^2+r^2}}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \boxed{2\pi} \boxed{\sigma \int_0^R \frac{r\, dr}{\sqrt{h^2+r^2}}}$$

ϑ varia da 0 a 2π;

r varia da 0 a R

n.b.:

$$\boxed{\int \frac{r\, dr}{\sqrt{h^2+r^2}} = \sqrt{h^2+r^2}}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 2\pi\sigma\left[\sqrt{h^2+r^2}\right]_0^R$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 2\pi\sigma\left[\sqrt{h^2+R^2} - \sqrt{h^2+0^2}\right]$$

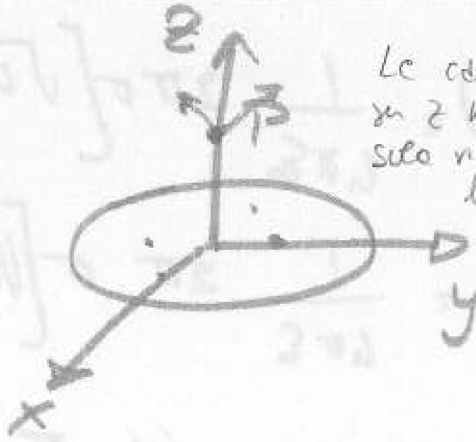
$$= \frac{1}{\cancel{4\pi}_{2}\varepsilon_0} \cancel{2\pi}\,\sigma\left[\sqrt{h^2+R^2} - h\right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{h^2+R^2} - h\right]$$

$$E_z = -\frac{dU}{dh}$$

perché, per simmetria, il campo può solo essere diretto lungo z

$$E_z = -\frac{dU}{dz}$$



Le cariche poste su z hanno la sola risultante lungo z, le altre due si annullano!

$h \equiv z$

Coordinata lungo l'asse verticale

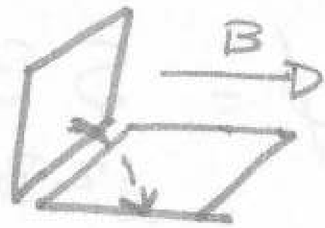
(Quindi $-\frac{dU}{dz}$ è derivata U rispetto ad h).

$$U = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{h^2+R^2} - h\right]$$

$$E_z = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\cancel{2}}\frac{\cancel{2}h}{\sqrt{h^2+R^2}} - 1\right]$$

FINE F2a

F26



$l = 0.5\ m$

$B = 1\ T$

$R = 100\ \Omega$

$t = 3\ sec.$

1) $\Delta\phi = ?$ variazione flusso magnetico

2) $f.e.m. = ?$ differenza di potenziale media ai capi del circuito

3) $i = ?$ corrente che fluisce nel circuito

4) $q = ?$ la carica che fluisce complessivamente nel circuito

(Non viene considerato il moto in funzione dell'angolo α in pratica non viene tenuto conto della gravità)

applichiamo solo la legge di Lenz

(Esercizio sull'applicazione della Legge di Lenz)

in posizione iniziale

$$\phi = S B \cos\alpha$$

$$= \ell^2 B \cos\alpha$$

angolo fra la normale e B

All'inizio $\hat{n} \parallel \vec{B} \Rightarrow \cos 0 = 1$

Alla fine $\hat{n} \perp \vec{B} \Rightarrow \cos 90° = 0$

$$\phi_i = \ell^2 B$$

$$\phi_f = 0$$

$$\Delta\phi = \phi_f - \phi_i = \ell^2 B \qquad (1)$$

$$f_{e.m} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\ell^2 B}{\Delta t} \qquad (2)$$

, con $\Delta t = 3\,s$

$$i = f_{e.m.} \cdot R$$

$$= \left(\frac{\ell^2 B}{\Delta t}\right) \cdot R \qquad (3)$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Longrightarrow dq = i\,dt$$

$$Q = \int dq = \int i\,dt = \int_i^f \frac{\ell^2 B}{\Delta t} R\,dt$$

$$= \frac{\ell^2 B}{\Delta t} R \int_i^f dt = \frac{\ell^2 B}{\cancel{\Delta t}} R \cdot \cancel{\underset{\text{"3 s}}{\Delta t}} = \ell^2 B R \quad (4)$$

$\boxed{\text{FINE } F_2 b}$

questo è Δt stesso, 3 sec.

8v

30/09/2011 Aula Virtuale 51.37 del 2012 (Parma 02.2012)

[12]

51.38

Tracce d'esame

Esercizio F1a (Con TIP)

Una sfera omogenea di 10 cm di raggio è lanciata radente al pavimento con velocità del centro di massa di 5 metri al secondo ed una velocità angolare di 10 rad/s, orientata nel senso di avanzamento della sfera. Assumendo che il coefficiente di attrito dinamico tra sfera e terreno sia di 0.7, dopo quanto tempo dal lancio cessa lo scivolamento ?

Esercizio F1b (Trascrilla TIP)

Due moli di gas perfetto biatomico, che si trovano ad una temperatura iniziale di 300K, vengono fatti espandere in modo adiabatico reversibile, fino ad occupare un volume triplo di quello iniziale. Determinare il lavoro compiuto durante l'espansione.

Domanda D1a

Discutere il teorema di Bernoulli in idrodinamica.

Domanda D1b

Esporre il funzionamento della macchina di Carnot ed il concetto di entropia con formule, grafici ed esempi.

Esercizio F2a = vd. aula virtuale 51.6

Un condensatore piano ha area di 0.01 m^2 ,distanza tra i piatti di 1 mm e costane dielettrica relativa pari a 5. La carica posseduta dal condensatore è di 10^{-10}C.

Si chiede:

1. Qual è il lavoro che occorre spendere per caricarlo ?
2. Se si allontanano le armature da 1mm a 10 mm, quale sarà la differenza di potenziale finale?

Esercizio F2b (Fatto TIP) → B_0 = vettore induzione magnetica

Una spira circolare di raggio 10cm è percorsa da una corrente di 2 Ampère.

1. Qual è il valore del campo magnetico al centro della spira ?
2. Quanto vale il campo lungo in un punto generico lungo l'asse della spira ?

Esercizio completo!

Domanda D2a

Discutere la legge d Faraday-Neumann-Lenz in elettromagnetismo con formule, grafici ed esempi.

Domanda D2b

Discutere il fenomeno della diffusione (NON diffrazione) in ottica.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 – n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

aula 51.37
c'ragion 51.33)

ESERCIZIO FIR

①

ATTRITO
→ più ideale, perché istantaneamente fermo

momento di inerzia

sfera) $I_0 = \frac{2}{5} m R^2$ "raggio"

cilindro) $I_0 = \frac{1}{2} m R^2$

I° eq. cardinale

II° eq. della dinamica

$$\begin{cases} \bar{F} = m \bar{a} \\ \bar{M} = \dfrac{d\bar{L}}{dt} \end{cases}$$

momento delle forze

$\bar{L}$ = momento angolare

forza d'attrito

$F_A = -\mu N$

coeff. d'attrito

reazione vincolare → $N = m \cdot g$

VALGONO IN GENERALE

VALGONO SOLO SE C'È PURO ROTOL.

$$\begin{cases} \boxed{F_A} = ma \\ \underbrace{-R F_A}_{M} = I_0 \dot{\omega} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\mu N = ma \\ -\mu m g R = I_0 \dot{\omega} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\mu m g = ma \text{ (I° eq.)} \\ \boxed{-\mu m g R = I_0 \frac{a}{R}} \end{cases}$$

Forza d'attrito

F_A

! $\dot{\omega}$ = acc. angolare $\boxed{= \frac{a}{R}}$

SOLO SE PURO ROTOLAMENTO

Aula Virtuale 51.37

SE NON C'È PURO ROTOLAMENTO

7

$$v \neq \omega R$$

Allora possiamo scrivere la prima equazione e dedurre

$$-\mu \cancel{m} g = \cancel{m} a \rightarrow a = \frac{dv}{dt} = -\mu g$$

INTEGRANDO

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} -\mu g \, dt$$

$$\boxed{v = v_0 - \mu g t}$$

Legge oraria che descrive la velocità se non c'è puro rotolamento.

Sempre se non c'è puro rotolamento, ~~senza~~ per quanto riguarda la velocità angolare, possiamo fare riferimento alla equazione.

(3)

$$-\mu m g R = I_0 \dot{\omega}$$ e possiamo integrare, essendo $\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{\mu m g R}{I_0}$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 - \frac{\mu m g R}{I_0} t}$$

$$\begin{cases} V = V_0 - \mu g t \\ \omega = \omega_0 - \dfrac{\mu m g R}{I_0}\, t \end{cases}$$

se non c'è rotolamento queste due equazioni sono disaccoppiate. Quando diventa puro rotolamento (il sistema entra in fase = la velocità di traslazione entra in fase con quella di rotazione) allora $V = -\omega R$ e possiamo uguagliare le due equazioni (equaz.)

SE C'È PURO ROTOLAMENTO

$$V = -\omega R$$

$$\underbrace{v_0 - \mu g t_*}_{V} = -R\Big[\underbrace{\omega_0 - \frac{\mu m g R}{I_0}\, t_*}_{\omega}\Big]$$

t_* = istante d'inizio del puro rotolamento

$$t_*\left[-\mu g - \frac{R \mu m g R}{I_0}\right] = -V_0 - R\omega_0$$

5

$$t_* = \frac{-v_0 - R\omega_0}{-\mu g - \frac{R\mu m g R}{I_0}}$$

$$= \frac{v_0 + R\omega_0}{\mu g + \frac{\mu m g R^2}{2/5\, m R^2}}$$

$$\underbrace{I_0}_{\text{sfera}} = \frac{2}{5} m R^2$$

$$= \frac{v_0 + R\omega_0}{\mu g\left(1 + \frac{5}{2}\right)}$$ = istante di inizio del puro rotolamento, quando termina lo strisciamento

Fine F1 2

ESERCIZIO F15

$n = 2$ biatomico

$T_i = 300\,K$ $\Delta L = ?$

$V_f = 3V_i$ adiabatica

$$\Delta U = \cancel{\Delta Q} - \Delta L$$

$$\| $$

$$n c_v \Delta T$$

$$|\Delta L| = n c_v \Delta T = n c_v (T_f - T_i)$$

adiabatica $\Rightarrow$ $PV^{\gamma} =$ costante

$\gamma = c_p/c_v$

gas perfetto $\Rightarrow$ $PV = nRT$

$$P = \frac{nRT}{V}$$

$$\frac{nRT}{V} V^{\gamma} = \text{cost.}$$

$$T V^{\gamma-1} = \text{costante}$$

$$T_f V_f^{\gamma-1} = T_i V_i^{\gamma-1}$$

$$T_f = T_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1}$$

Dato del problema : $V_f = 3 V_i$

$$T_f = T_i \left(\frac{1}{3}\right)^{\gamma-1}$$

$$|\Delta L| = n c_v (T_f - T_i)$$
$$= n c_v \left[T_i \left(\frac{1}{3}\right)^{\gamma-1} - T_i\right]$$

T è una temperatura assoluta (Kelvin)

VEDI

(8)

Aula Virtuale di correzione
del compito del 17/06/2011

Soluzione esercizio **F2a**

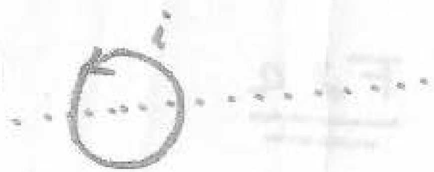
Aula Virtuale 51.6

ESERCIZIO F2b $\vec{B}_0$?

1)

al centro

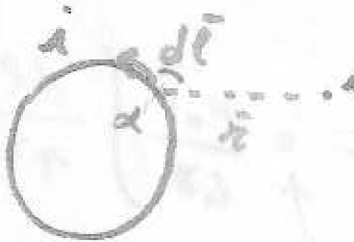
2)



lungo l'asse della spira

La formula di Laplace:

$$\bar{B}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} i \int_{\text{circuito}} \frac{d\bar{l} \wedge \bar{r}}{r^3}$$



← punto in cui mi calcolo $\bar{B}_0$

occorre conoscere la distanza $\bar{r}$, calcolare il prodotto vettore ed andare ad integrare su tutti i contributi degli elementini $d\bar{l}$, quindi lungo tutto il circuito; questo è il significato della formula di Laplace.

AL CENTRO DELLA SPIRA

$$\bar{B}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} i \int \frac{d\bar{l} \wedge \bar{r}}{r^3}$$

è su tutta la circonferenza

l'angolo tra $d\bar{l}$ e $\bar{r}$ è $90° \Rightarrow \operatorname{sen} 90° = 1$

$$|\bar{B}_0| = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{dl\, \cancel{r} \operatorname{sen}\alpha}{r^{\cancel{3}\,2}} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{dl}{r^2}$$

$\alpha = 90° \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = 1$

Al centro della spira $\Rightarrow r = R = \text{cost.}$

$$|\bar{B}_0| = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{1}{R^2} \underbrace{\int dl}_{\text{è in pratica la circonf.!}} = \frac{\mu_0 i}{\cancel{2}\cancel{4}\pi} \frac{1}{R^{\cancel{2}}} \cancel{2\pi} R = \boxed{\frac{\mu_0 i}{2R}}$$

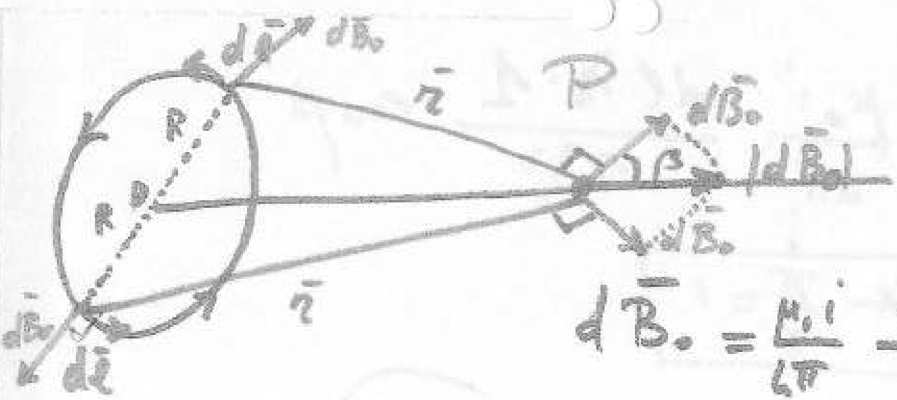
perché è tutta la circonferenza

modulo del vettore induzione magnetica al centro della spira

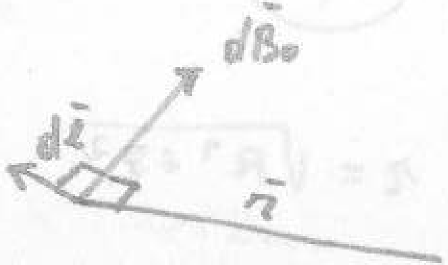
12

Calcoliamo il campo induzione magnetica lungo l'asse della spira

13



$$d\bar{B}_0 = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\bar{l} \wedge \bar{r}}{r^3}$$



$\alpha = \frac{\pi}{2}$

$$dB_0 \cos\beta = \overbrace{\left(\frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl\, r \operatorname{sen}\alpha}{r^3}\right)} \cos\beta$$

perchè

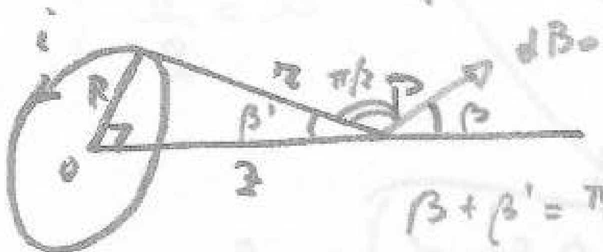
$|dB_z| = dB_0 \cos\beta$

$$dB_0 \cos\beta = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl\, \lambda \cdot 1}{r^2} \cos\beta$$

$$\boxed{\operatorname{sen}\alpha = \operatorname{sen}\frac{\pi}{2} = 1}$$

$$dB_0 \cos\beta = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl}{r^2} \cos\beta$$

in termini di quantità note



$$r = \underbrace{\sqrt{R^2 + z^2}}_{\text{Teorema di Pitagora}}$$

$$\beta + \beta' = \pi/2$$

$$\cos\beta = \operatorname{sen}\beta' = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

(cioè
$\cos 60 = \operatorname{sen} 30$,
$\cos \alpha = \operatorname{sen}(\alpha - \frac{\pi}{2})$)

15

$$dB_0 \cos\beta = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl}{r^2} \cos\beta$$

$$r = \sqrt{R^2+z^2}$$

$$\cos\beta = \frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

$$dB_0 \cos\beta = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl}{\underbrace{\left(\sqrt{R^2+z^2}\right)^2}_{z^2}} \underbrace{\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}}_{\cos\beta}$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl \quad R}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

(stiamo calcolando il campo nel punto P come somma di tutti i campi dovuti a tutti gli elementi della circonferenza.)

Quindi ora deve essere fatto l'∫ su tutta la circ.

$|\bar{B}_0|$:

$$|\bar{B}_0| = \int_{spira} dB_0 \cos\beta = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_{spira} d\ell \frac{R}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

$$\begin{cases} R = \text{raggio spira} \\ z = \text{distanza tra Punto e centro spira} \end{cases}$$

$$|\bar{B}_0| = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{R}{(R^2+z^2)^{3/2}} \int_{spira} d\ell = 2\pi R, \text{ la circonf.}$$

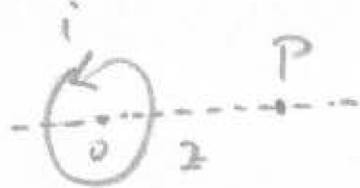
$$= \frac{\mu_0 i}{2\cancel{4\pi}} \frac{R}{(R^2+z^2)^{3/2}} \cancel{2\pi} R = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

Riassumendo

1) 

$$|\bar{B}_0| = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

campo al centro della spira

2) 

$$|\bar{B}_0| = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

campo lungo un punto dell'asse della spira.
Da notare che per $z=0$ otteniamo, ovviamente, il risultato 1).

Fine F2S

51.41

10/10/2011 Aula Virtuale 51.40 / Parte 02.04.14

[13]

Tracce d'esame

Esercizio F1a ≃ compito 14.06.2011

Un'asta lunga un metro è tenuta verticalmente su di un piano orizzontale senza di attrito. Una volta che l'asta è stata lasciata libera, soggetta alla sola forza gravitazionale ed alla reazione vincolare del piano, essa cade. Quale velocità avrà il baricentro dell'asta al momento dell'impatto della stessa con il piano ?

Esercizio F1b ≃ compito 20.09.2011

Una mole di gas monoatomico si espande adiabaticamente fino a raggiungere un volume triplo di quello iniziale, assumendo che la temperatura iniziale sia 100°C. Quale sarà il lavoro compiuto ?

Domanda D1a

Discutere teoria ed applicazioni della legge di Archimede in fluidodinamica.

Domanda D1b

Discutere il legame tra il teorema di Carnot in termodinamica, il secondo principio della termodinamica ed il concetto di entropia.

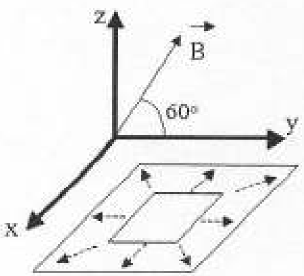
Esercizio F2a

Due cariche puntiformi di eguale segno e valore $q=10^{-10}$C sono poste nei punti C_1 e C_2 situati a 10 cm di distanza l'uno dall'altro. Trovare:

1. L'intensità del campo elettrico nel punto medio O del segmento C_1C_2;
2. L'intensità del campo elettrico nel punto C_3 posto sull'asse di C_1C_2 alla distanza di 7cm dal punto C_1;
3. La differenza di potenziale elettrostatico tra i punti O e C_3.

Esercizio F2b ≃ vd. compito del 19.07.2011

Una spira metallica quadrata di lato l=5cm e resistenza 100 ohm posta nel piano xy è immersa in un campo magnetico di 1 Tesla che forma un angolo di 60° con il piano xy (vedi figura). La spira viene dilatata mantenendo la forma quadrata fino a raggiungere un lato di 10 cm. Calcolare la carica che circola nella spira.



Domanda D2a

Discutere i fenomeni del diamagnetismo, paramagnetismo e ferromagnetismo con formule, grafici ed esempi.

Domanda D2b

Discutere il fenomeno dell'interferenza in ottica

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 – n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

F2a $\qquad$ 51.40

$q = 10^{-10}\ C$

$d = 10\ cm$

1) $\vec{E}(O) = ?$

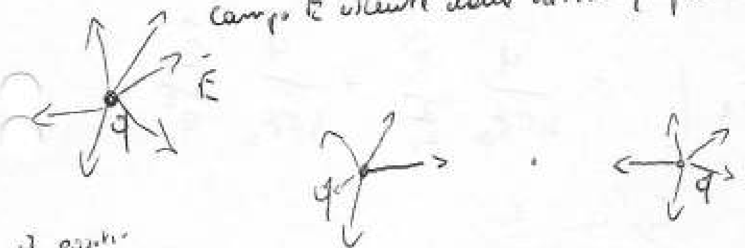
2) $\vec{E}(C_3) = ?$

3) $|\Delta V| = |V_O - V_{C_3}|$

d.d.p.

---

campo $\vec{E}$ uscente dalla carica q positiva



q positiva

In un punto sull'asse, la forza di Coulomb su una carica di prova q sarà una forza che tenderà a respingerla: il campo dalla parte dx (o al contrario se a dx c'è una carica negativa) e idem dalla parte sx. Nel centro la carica sente una forza nulla, perché è equidistante e le due cariche sono uguali. Formalmente il calcolo da fare è il seguente:

$$\bar{E} = \frac{F}{q_{test}}$$

F = Forza di Coulomb

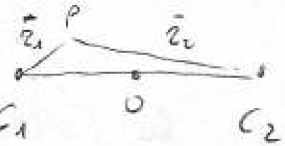
q_{test} = carica di test

Dobbiamo calcolare la forza generata dalle 2 cariche sulla carica di test.

Dobbiamo usare l'additività delle forze che implica l'additività dei campi elettrici.
Quando calcolo la forza in q_{test} la considero la somma delle forze generate dalle due cariche e il campo elettrico sarà la somma dei campi elettrici generati dalle due cariche.

versore   versore

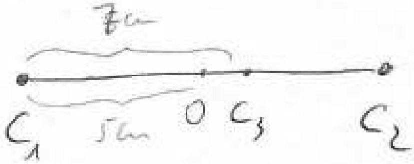
$$\underbrace{\bar{E}\Big|_O}_{\text{calcoliamo al centro}} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 \Big|_O = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{r}_1}{r_1^2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{r}_2}{r_2^2}$$



$$\bar{E}\Big|_O = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}\right] = 0$$

i versori $\hat{r}_1$ e $\hat{r}_2$ saranno diretti l'uno nel verso positivo, l'altro nel verso negativo

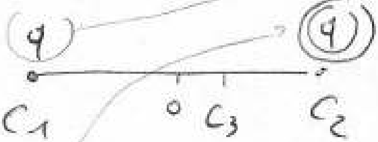
Calcoliamo il campo elettrico nel punto C_3



$$\bar{E}\Big|_{C_3} = E_1 + E_2\Big|_{C_3} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(0,07)^2} - \frac{1}{(0,03)^2}\right]$$

mm

La differenza di potenziale



$$|\Delta V| = |V_0 - V_3| = \boxed{\cancel{-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{\frac{d}{2}}} - \left(-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{0,07}\right)}$$

1ª carica

perché il campo è diverso al contrario

Ricordiamo che:

$$\bar{E} = -\text{grad } V$$

$$\boxed{\cancel{-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{\frac{d}{2}}} - \left(-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{0,03}\right)} =$$

2ª carica

$$V = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{2} + \text{cost.}$$

↳ che si elimina nella differenza

Si eliminano in virtù della carica al centro ed entra in nulla il fatto che C_3 sia spostato

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{0,07} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{0,03} \quad V$$

Fine F2d

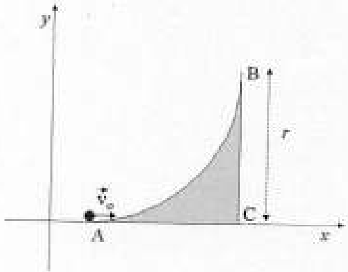
 Aula virtuale 51.43 1°Appello 02.07.2014 51.44

[14]

Tracce d'esame

Esercizio F1a

punto materiale di massa m = 2kg viene lanciato ...zzontalmente dal punto A (vedi figura) con velocità ...ziale v_0, verso un cuneo ABC di massa M = 100kg, che ha sezione di un quarto di circonferenza di raggio r=3m. Il cuneo può solo traslare senza attrito lungo l'asse x. Il punto materiale sale (senza attrito) lungo il profilo AB. Calcolare la velocità del cuneo quando il punto materiale raggiunge la quota B.



Esercizio F1b ≃ compito 20/03/2011

Una mole di gas biatomico si espande adiabaticamente fino a raggiungere un volume doppio di quello iniziale, assumendo che la temperatura iniziale sia 30 K. Quale sarà il lavoro compiuto ?

Domanda D1a

Discutere la legge di Stevino in fluidodinamica.

Domanda D1b

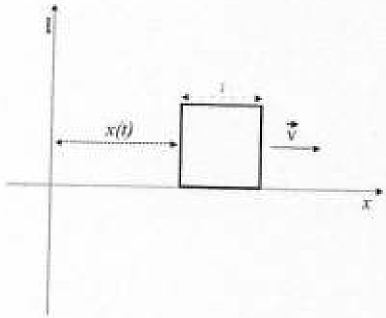
Discutere il legame tra il teorema di Carnot in termodinamica, il secondo principio della termodinamica ed il concetto di entropia.

Esercizio F2a

...a differenza di potenziale di 1000V è applicata ai capi di un condensatore piano con le armature ...drate aventi lato 10 cm e distanti 2 cm. Condensatore è riempito con due lastre di materiale isolante omogeneo entrambe di spessore 1cm ma con permeabilità dielettriche relative diverse ε_{r1}= 3 e ε_{r2}= 5. Calcolare l'energia elettrostatica immagazzinata in ciascuna lastra.

Esercizio F2b

Un filo rettilineo indefinito I è percorso da corrente di 10 A.
Un circuito quadrato di lato l=2cm si allontana dal filo con moto traslatorio a velocità di 10 m/s (vedi figura).
Si chiede:
1. Quale è l'espressione del campo magnetico generato dalla corrente in funzione della distanza x dal filo ?
2. Qual è l'espressione della forza elettromotrice indotta nel circuito quadrato ?



Domanda D2a

Discutere il teorema di Gauss in elettrostatica.

Domanda D2b

Discutere il fenomeno della diffrazione in ottica

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 – n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

Tracce d'esame

Esercizio E1a

Un punto materiale di massa m = 2kg viene lanciato orizzontalmente dal punto A (vedi figura) con velocità iniziale v_0 verso un cuneo ADC di massa M = 10kg, che ha sezione di un quarto di circonferenza di raggio r=1m. Il cuneo può solo traslare senza attrito lungo l'asse x. Il punto materiale sale (senza attrito) lungo il profilo AB. Calcolare la velocità del cuneo quando il punto materiale raggiunge la quota R.

Esercizio E1b

Una mole di gas biatomico si espande adiabaticamente fino a raggiungere un volume doppio di quello iniziale, assumendo che la temperatura iniziale sia 300 K. Quanto vale il lavoro compiuto?

Domanda D1a

Discutere la legge di Bernoulli in fluidodinamica.

Domanda D1b

Discutere il legame tra il teorema di Carnot, la termodinamica, il secondo principio della termodinamica ed il concetto di entropia.

Esercizio E2a

Una differenza di potenziale di 100V è applicata ai capi di un condensatore piano con le armature piane aventi lato 10 cm e distanti 2 cm. Considerando che lo spazio tra le armature sia riempito da un materiale isolante omogeneo costituito di ... con permeabilità dielettrica relativa $\varepsilon_r = 5$. Calcolare l'energia elettrostatica immagazzinata in ciascun lato.

Esercizio E2b

Un filo rettilineo indefinito è percorso da corrente di 10 A.
Un circuito quadrato di lato l=20cm si allontana dal filo con moto traslatorio a velocità di 10 m/s (vedi figura).
Si chiede:
1) Quale è l'espressione del campo magnetico generato dalla corrente in funzione della distanza x dal filo?
2) Qual è l'espressione della forza elettromotrice indotta nel circuito quadrato?

Domanda D2a

Discutere il teorema di Gauss in elettrostatica.

Domanda D2b

Discutere il fenomeno della diffrazione in ottica.

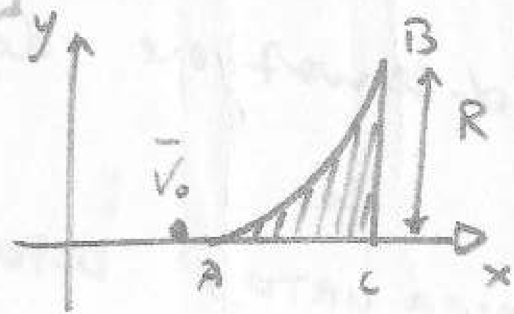
Esercizio Fis

$m = 2\,kg$

V_0

$M = 100\,kg$

$R = 3\,m$



La quota B è la quota massima

$V_B = ?$ (velocità del cuneo)

I) Conservazione della quantità di moto (si conserva perché urto)

II) ↳ energia (perché non ci sono forze dissipative di attrito, l'energia meccanica si conserva)

PRIMA URTO — DOPO URTO

I) $m v_0 = m v_f + M V_f$

v_0: v iniziale di m

v_f: v dopo l'urto (di m)

V_f: v dopo l'urto (del corpo M)

II) $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{2} M V_f^2$

V_f è la velocità; per non confonderla con la v_f

2

$\boxed{\text{moto lungo AB}}$ $A \longrightarrow B$

$$\underbrace{mV_0}_{\text{già detto moto iniziale che resta}} = \underbrace{m V_B}_{\text{massa piccola con velocità } V_B} + \underbrace{M u_B}_{\text{massa grande con velocità } u_B}$$

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = \underbrace{\frac{1}{2} m V_B^2}_{\text{En. cinetica del pallino}} + \frac{1}{2} M u_B^2 + \underbrace{m g y}_{\text{Energia potenziale del pallino man mano che sale}}$$

quota massima $\quad V_B = u_B \quad , \quad y = R$

la massa m è ferma rispetto al solido (non lo è rispetto a terra)

$$\Downarrow$$

(1) $m V_0 = m u_B + M u_B$

(2) $\frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{1}{2} m u_B^2 + \frac{1}{2} M u_B^2 + m g R$

La velocità raggiunta dal corpo di massa m, il pallino, non dipende dalla sua velocità iniziale ma dal raggio del cuneo

AV 513

$$V_0 = \left(\frac{M+m}{m}\right) u_B \quad \text{(dalla (1)), e sostituendo nella (2):}$$

$$\frac{1}{2} m \left[\left(\frac{M+m}{m}\right) \overset{\text{sostituendo}}{u_B}\right]^2 = \frac{1}{2} m U_B^2 + \frac{1}{2} M U_B^2 + mgR$$

$$\frac{1}{2} m \frac{(M+m)^2}{m^2} u_B^2 - \frac{1}{2} m U_B^2 - \frac{1}{2} M U_B^2 = mgR$$

$$U_B^2 \left[\frac{m}{2} \frac{(M+m)^2}{m^2} - \frac{m}{2} - \frac{M}{2}\right] = mgR$$

$$U_B^2 \left[\frac{m(M+m)^2 - m^3 - Mm^2}{2m^2}\right] = mgR$$

$$U_B^2 \left[\frac{m(M^2+m^2+2mM) - m^3 - Mm^2}{2m^2}\right] = mgR$$

5

$$U_B^2\left[\frac{mM^2+\cancel{m^3}+\cancel{2}m^2M-\cancel{m^3}-\cancel{Mm^2}}{2m^2}\right]=mgR$$

$$U_B^2\,\frac{\cancel{m}M^2+m^{\cancel{2}}M}{2m^{\cancel{2}}}=mgR$$

$$U_B^2\,\frac{M(M+m)}{2m}=mgR$$

$$U_B^2=\frac{2m^2gR}{M(M+m)} \Rightarrow U_B=\sqrt{\frac{2gR}{\frac{M}{m}\left(\frac{M}{m}+1\right)}}$$

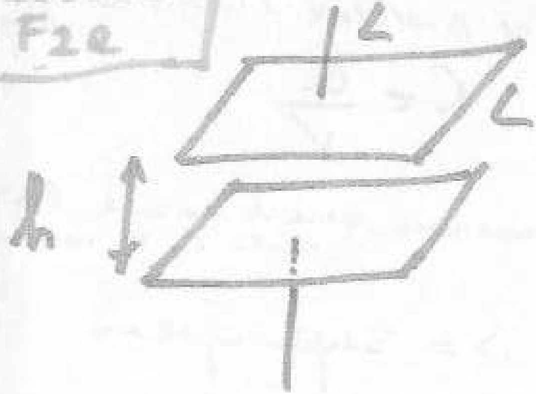
Fine F1a

D.V. 5143

F1b

Vedi soluzione compito del 20/03/11

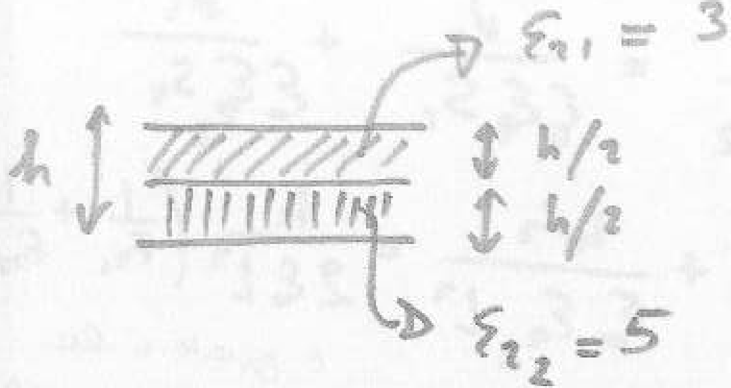
Esercizio F20



$L = 10\ cm$

$h = 2\ cm$

$\Delta V = 1000\ V$



Energia elettrostatica = ?

immagazzinata nel condensatore

energia elettrostatica

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} C V^2$$ da usare, sapendo C_{eq}, per calcolare l'energia elettrostatica in tutto il sistema

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad \left(\text{poiché } C = \frac{Q}{V}\right)$$ da usare per calcolare l'energia elettrostatica di ciascuna lastra, poiché c'è la carica Q

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$ S = superficie

I condensatori sono in serie

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_1} S_1} + \frac{d_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_2} S_2}$$

$$= \frac{h/2}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_1} L^2} + \frac{h/2}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_2} L^2} = \frac{h}{2 \varepsilon_0 L^2} \left(\frac{1}{\varepsilon_{r_1}} + \frac{1}{\varepsilon_{r_2}} \right)$$

e questa è la capacità equivalente

sostituendo C_{eq} nella 1) si trova $\mathcal{E}$ totale di tutto il sistema

(3)

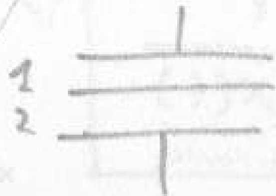
poiché $C = \dfrac{Q}{V}$

allora $C_{eq} = \dfrac{Q_{totale}}{V_{totale}}$

$C_1 = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_1} S_1}{d_1}$

$C_2 = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_2} S_2}{d_2}$

$Q = C_{eq} V$



$Q_1 = Q_2 = Q$

$\mathcal{E}_1 = \dfrac{1}{2} \dfrac{Q_1^2}{C_1}$

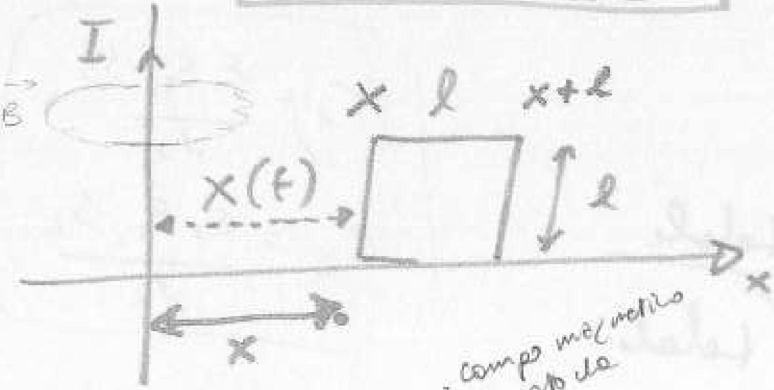
$= \dfrac{1}{2} \dfrac{Q^2}{C_1}$ perché $Q_1 = Q_2 = Q$ e Q è calcolato da $Q = C_{eq} V$,
C_1 la conosciamo perché l'abbiamo già calcolata

ΔV 51.43

9

Fine F2a

Esercizio F2D



$I = 10\,A$

$l = 2\,cm$

$v = 10\,m/s$

$$\boxed{B_0 = \frac{\mu_0 i}{2\pi \underbrace{x(t)}_{\text{distanza}}}}$$

campo magnetico generato da un filo.

Nella spira c'è un flusso indotto. Nello spostamento della spira c'è una variazione del flusso. Le linee di campo entranti nel foglio vengono tagliate dalla spira che sta traslando e ci sarà una f.e.m. indotta

$x(t)$

$$\Phi = \int_{Sup.} \bar{B}_0 \, d\bar{S}_{Sup.} = \int_x^{x+l} B_0 \, l \, dx = \int_x^{x+l} \underbrace{\frac{\mu_0 i}{2\pi x}}_{B_0} l \, dx$$

$\boxed{dS = l\,dx}$

L'apertura vettore induzione magnetica generato dalla corrente in circolare della spira

1) indipendentemente dalla distanza

2) Per intervalli di spira lo spazio calcolo il flusso rispetto al l

$$\phi = \frac{\mu_0 i l}{2\pi}\left[\log x\right]_x^{x+l} = \frac{\mu_0 i l}{2\pi}\log\left(\frac{x+l}{x}\right)$$

$$\phi(t) = \frac{\mu_0 i l}{2\pi}\log\left(\frac{x(t)+l}{x(t)}\right)$$

posizione i° punto della spira

$$f.e.m = -\frac{d\phi(t)}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}\left[\log\left(\frac{x(t)+\ell}{x(t)}\right)\right]$$

$$\frac{d}{dt}\left[\log\left(x(t)+\ell\right) - \log\left(x(t)\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{x(t)+\ell}\,\frac{d\left(x(t)+\ell\right)}{dt} - \frac{1}{x(t)}\,\frac{d\,x(t)}{dt}$$

$$= \frac{1}{x(t)+\ell}\,\underbrace{\frac{dx(t)}{dt}}_{v} - \frac{1}{x(t)}\,\underbrace{\frac{dx(t)}{dt}}_{v}$$

$$= \frac{1}{x(t)+\ell}\,v - \frac{1}{x(t)}\,v = v\left(\frac{1}{x(t)+\ell} - \frac{1}{x(t)}\right)$$

$$f.e.m. = -\frac{d\phi(t)}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[\frac{\mu_0 i l}{2\pi} \lg\left(\frac{x(t)+l}{x(t)}\right)\right]$$

$$= -\frac{\mu_0 i l}{2\pi} v \left[\frac{1}{x(t)+l} - \frac{1}{x(t)}\right]$$

In definitiva:

$$f.e.m. = -\frac{\mu_0 i l}{2\pi} v \frac{\cancel{x(t)} - \cancel{x(t)} - l}{(x(t)+l)\, x(t)}$$

$$= -\frac{\mu_0 i l}{2\pi} v \frac{-l}{(x(t)+l)\, x(t)}$$

$$= \frac{\mu_0 i l^2}{2\pi} v \frac{1}{(x(t)+l)\, x(t)}$$

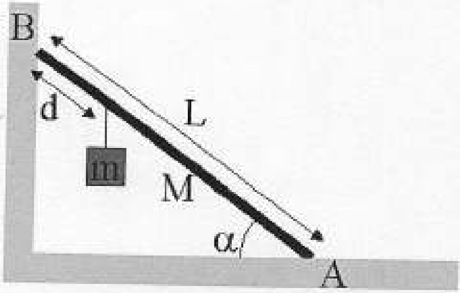
30/11/2011 Aula virtuale 51.46 / Pallo 07.07.14 51.47

[15]

Tracce d'esame

Esercizio F1a < Pallo Tip)

Una sbarra omogenea di massa M=10 kg e lunga L=10m, è in equilibrio appoggiata ad una parete verticale priva di attrito e forma un angolo α=30° con il piano orizzontale scabro, come in figura. Ad una distanza d=L/4 dal punto B è appesa una massa m=2kg. Calcolare l'espressione della forza di attrito nel punto A. (**Suggerimento**: Dal momento che tra la parete verticale e la scala non c'è attrito, la forza esercitata in B, dalla parete sulla scala, è diretta solo orizzontalmente.)



Esercizio F1b

Una mole di gas biatomico esegue una trasformazione isoterma in modo che il volume finale sia 100 volte quello iniziale. Se inizialmente il gas era alla temperatura di 75 °C, quale sarà il lavoro eseguito dal sistema?

Domanda D1a

Discutere il funzionamento del tubo di Venturi.

Domanda D1b

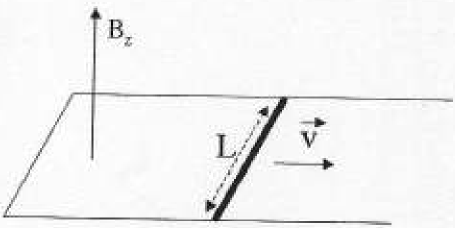
Discutere il ciclo ed il teorema di Carnot con formule, grafici ed esempi.

Esercizio F2a F.Elettr. e bis

Un condensatore piano ha area di 0.05 m^2 ,distanza tra i piatti di 5 mm e costane dielettrica relativa pari a 4. Per caricarlo occorre un lavoro di 10^{-5} J. Qual è la carica posseduta dal condensatore ?

Esercizio F2b

Una sbarretta conduttrice lunga L = 10 cm si sposta con una velocità di 10 m/s toccando un binario anch'esso conduttore come mostrato in figura. La barretta ed il binario sono immerse in un campo di induzione magnetica uniforme B_z=3T ortogonale al piano del binario.
Quale differenza di potenziale si rileva ai capi dell'asta ?



Domanda D2a

Discutere il teorema di equivalenza di Ampère

Domanda D2b

Discutere i fenomeni di riflessione e rifrazione.

Supp. G.U. n. 109 del 12 Maggio 2005
Corso Vittorio Emanuele II, 39 - 00186 ROMA
Tel: 06 6920761 - Fax: 06 69942065 – n. verde: 800 333 647
WEB: www.uninettunouniversity.net - E_MAIL: info@uninettunouniversity.net

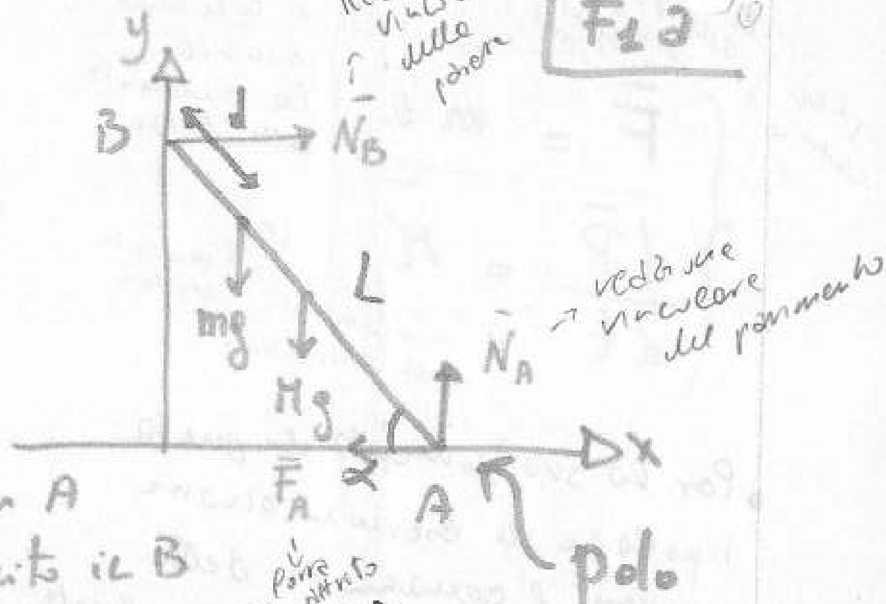
$M = 10\,Kg$

$L = 10\,m$

$\alpha = 30°$

$d = L/4$

$m = 2\,Kg$



N.B. c'è attrito in A

<u>non</u> c'è attrito in B

e questo comporta che la forza esercitata in B dalla parete sulla scala, è diretta solo orizzontalmente.

È CHIESTO IL CALCOLO DELLA FORZA DI ATTRITO NEL PUNTO A.

Aula Virtuale 51.46 1

I° eq. card. → lo momento delle forze esterne operanti sul sistema

l'acc. è quella del baricentro.

$$\begin{cases} \boxed{\bar{F} = m\bar{a}} \\ \dfrac{d\bar{P}}{dt} = \bar{M} \end{cases}$$

1ª equazione cardinale, la risultante delle forze

$\bar{M}$ ↓ momento delle forze esterne

n.b. $\bar{P}$ è il momento angolare

$\bar{F}$ = risultante delle forze applicate

$\bar{M}$ = momento risultante delle forze applicate

$\bar{P}$ = momento angolare totale

- Per lo svolgimento di questa tipologia di esercizi occorre scrivere l'equazione della risultante delle forze applicate, (se c'è movimento lineare)
  $\bar{F} = m\bar{a}$
  e scrivere l'equazione del momento (se c'è rotazione)

Studio delle forze sul sistema

F1a appendice

con riferimento all'oggetto = sistema

le forze applicate sono: ~~[illegible]~~

1) la forza Mg

sulla sbarra, essendo essa omogenea, agisce sul baricentro. Questo => una traslazione del baricentro e anche una rotazione dell'oggetto

2) la forza mg, la forza del peso applicato ad una distanza d dal punto B.

3) la reazione vincolare del pavimento: la sbarra non penetra nel pavimento perché essa si oppone alla forza di gravità che tende a schiacciare la sbarra, sul pavimento.

4) Forza di attrito in A per cui la sbarra tende a scivolare sul pavimento, quindi la forza di attrito impedisce

../..

lo scivolamento.

Tale forza è indicata con $\bar{F}_A$,
diretta nel verso negativo delle x.

5) Nel punto B c'è la forza di gravità
che tende a far penetrare la sbarra
nella parete, ma a questa forza
si oppone una reazione vincolare

6) Non c'è la forza di attrito in B,
che sarebbe diretta nel verso
positivo delle y (parete liscia,
non scabra).

le Forze lungo l'asse x e tutte lungo l'asse y.

$$\begin{cases} x) & -F_A + N_B = 0 \\ y) & -mg - Mg + N_A = 0 \end{cases} \quad \bar{F}_{tot} = m\bar{a}$$

non c'è moto, il sistema è in equilibrio

Scelta Polo

Polo = "A" dove sono applicate due forze: la forza di attrito e N_A

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = \bar{M}$$

(P momento angolare totale; M momento delle forze agenti sul sistema, che sarà 0)

braccio della forza mg — braccio della forza Mg

$$\bar{M} = \bar{r} \times m\bar{g} + \bar{R} \times M\bar{g} + \bar{L} \times \bar{N}_B$$

Vettore della distanza tra il punto di applicazione di $m\bar{g}$ ed il polo A

Vettore della distanza tra il punto di applicazione di $M\bar{g}$ ed A

↳ Tutte le forze nel polo A hanno momento 0!

Ora facciamo il calcolo esplicito:

Calcolo esplicito:

$$\bar{M} = -\underbrace{(L-d)}_{\text{braccio}}\,\underbrace{mg}_{\text{forza}}\,\overset{=\sin\alpha}{\overbrace{\cos\alpha}} - \frac{L}{2} Mg \cos\alpha + L N_B \sin\alpha$$

$$\bar{M} = \frac{d\bar{P}}{dt}$$

La sbarra non ruota

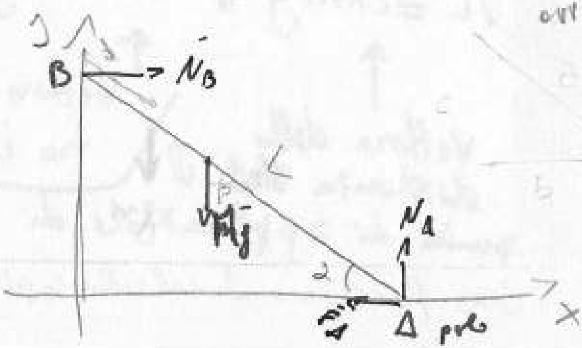
$\Downarrow$

$$\bar{P} = 0$$

$\bar{M} = 0$ perché l'asta non ruota

$$-(L-d)\, mg \cos\alpha - \frac{L}{2} Mg \cos\alpha + L N_B \sin\alpha = 0$$

che è la 2ª eq. cardinale applicata alla sbarra



Complessivamente il sistema da risolvere è:

$$\begin{cases} -F_A + N_B = 0 \\ -mg - Mg + N_A = 0 \\ -(L-d)\,mg\cos\alpha - \frac{L}{2} Mg\cos\alpha + L\,N_B \operatorname{sen}\alpha = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_A = N_B \\ N_A = mg + Mg \\ N_B = \dfrac{(L-d)\,mg\cos\alpha + \frac{L}{2} Mg\cos\alpha}{L\operatorname{sen}\alpha} \end{cases}$$

$$F_A = N_B = \left[(L-d)\,m + \frac{L}{2}M\right]\frac{g\cos\alpha}{L\,\operatorname{sen}\alpha}$$

$$F_A = \left[(L-d)\,m + \frac{L}{2}M\right]\frac{g}{L}\,\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

Ricordiamo che

$$F_A = \mu\left|\overline{N}_A\right|$$

(la forza di attrito è uguale a μ, coefficiente di attrito, per la reazione vincolare)

$$\mu N_A = \left[(L-d)\,m + \frac{L}{2}M\right]\frac{g}{L}\,\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\mu\,(m+M)\,g =$$

$$\mu = \left[(L-d)m + \frac{L}{2}M\right]\frac{1}{L(m+M)}\,\frac{1}{tg\,\alpha}$$

e questo completa la soluzione dell'esercizio.

* Se $m = 0$, cioè non c'è la massa m; l'espressione diventa:

$$\mu = \left[\cancel{(L-d)m} + \frac{L}{2}M\right]\frac{1}{L(\cancel{m}+M)}\,\frac{1}{tg\,\alpha}$$

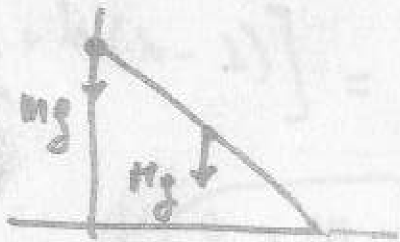
$$= \frac{1}{2}\cancel{L}\,\frac{1}{\cancel{L}}\,\frac{1}{tg\,\alpha}$$

$$\mu = \frac{1}{2\,tg\,\alpha}$$

* sono test di situazioni estreme, in cui il risultato deve essere coerente e conforme a risultati noti.

$Se\ x = 0$

Cioè la massa in in cima alla scala.



$$\mu = \left[(L - \cancel{x})m + \frac{L}{2}M\right]\frac{1}{L(m+M)}\,\frac{1}{tg\alpha}$$

$$= \left[\cancel{L}m + \frac{\cancel{L}}{2}M\right]\frac{1}{\cancel{L}(m+M)}\,\frac{1}{tg\alpha}$$

$$= \left(m + \frac{M}{2}\right)\frac{1}{(m+M)}\,\frac{1}{tg\alpha}$$

Altra condizione estreme:

Se $M = 0$

Tolgo il peso alla sbarra

$$\mu = \left[(L-d)\,m + \cancel{\frac{L}{2}M}\right]\frac{1}{L(m+\cancel{M})}\,\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$= \frac{(L-d)\cancel{m}}{L\cancel{m}}\,\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$= \frac{L-d}{L}\,\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

INOLTRE

Se $d = L/2$

$$\mu = \frac{L - L/2}{L}\,\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\cancel{L}}{2}\,\frac{1}{\cancel{L}}\,\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{1}{2\operatorname{tg}\alpha}$$

Fine F1a

F1b

$n = 1$

gas biatomico

isoterma

$V_f = 100\, V_i$

$T_i = 75\ °C$

$L = ?$

$\cancel{\Delta U} = \Delta Q - \Delta L$ Eq. del 1° principio della termodinamica

isoterma

$$\boxed{\Delta U = n c_v (T_f - T_i)}$$

nella isoterma $T_f = T_i$

$$L = \int_{\text{st. in.}}^{\text{st. fin.}} p \, dV$$

e dobbiamo scrivere quest
eq. in termini di volume

$$nRT = PV \qquad P = \frac{nRT}{V}$$

$$L = \int_i^f \frac{nRT}{V} \, dV$$

isoterma $\rightarrow T = \text{cost.}$

$$= nRT \int_i^f \frac{dV}{V} = nRT \log \left| \frac{V_f}{V_i} \right|$$

$$= nR(\underbrace{273 + 75}_{\text{perché } K}) \log(100)$$

Fine F15

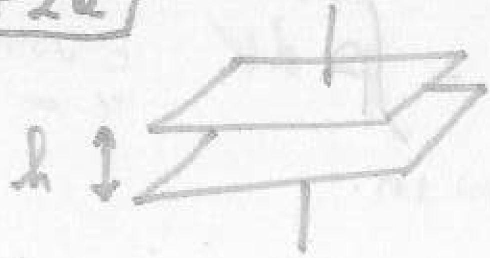
$\boxed{F2a}$

$A = 0{,}05\ m^2$

$h = 5\ mm$

$\varepsilon_r = 4$

$L = 10^{-5}\ J$



$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} C V^2$$

$$C = \frac{Q}{V} \rightarrow V = \frac{Q}{C}$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} C \left(\frac{Q}{C}\right)^2 = \frac{1}{2} \cancel{C} \frac{Q^2}{C^{\cancel{2}}}$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$\mathcal{E} = L$$

→ Energia elettrostatica immagazzinata in un condensatore.

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

$$\mathcal{E} = L = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

energia elettrostatica — stesse quantità

Lavoro necessario a caricare il condensatore

$$Q^2 = 2C\mathcal{E}$$

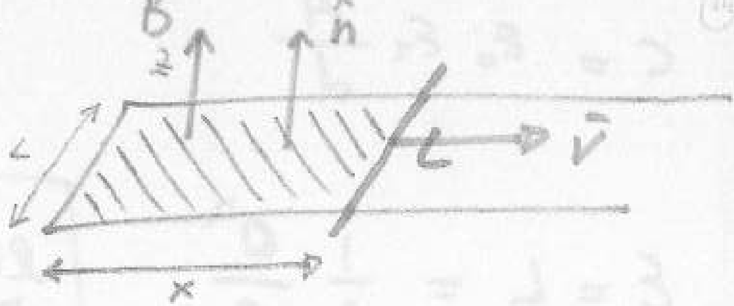
$$Q = \sqrt{2C\mathcal{E}} = \sqrt{2\left(\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}\right)\mathcal{E}}$$

$$\boxed{\mathcal{E} = L}$$

$$Q = \sqrt{2\left(\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}\right)L}$$

Fine F2 a

$\boxed{F2b}$



$L = 10$ cm

$v = 10$ m/s

$B_z = 3\,T$

$$f.e.m. = -\frac{d\phi(B)}{dt}$$

Legge di Lenz

$$\bar{B}_0 \cdot \hat{n} = B_0 \cos\alpha$$

$$\phi(B) = \int_S \bar{B}_0 \cdot \hat{n}\, dS \quad (\alpha = 0°) \rightarrow \text{perché } \bar{B} \parallel \hat{n}$$

la area dove si ha variazione del campo magnetico

$$= \int_S B_0\, dS = B_0 S = B_0 \underbrace{L x}_{\text{superficie}}$$

[illegible]

$\boxed{\frac{dt}{dx} = \lambda = [illegible]}$

[illegible]

(15)

$$f_{e.m.} = -\frac{d\,\Phi(B)}{dt} = -\frac{d}{dt}(B_0 L x)$$

$$= -B_0 L \frac{dx}{dt} = -B_0 L v$$

la variazione dell'x, spostamento, nel tempo, è la velocità

$$\boxed{\frac{dx}{dt} = v} \boxed{= \text{costante}}$$

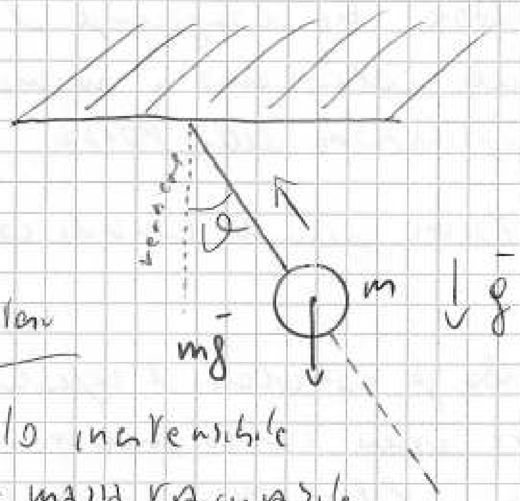
è vero per la definizione di velocità

per i dati del problema

Fine F25

Aula Virtuale 9.5

IL PENDOLO SEMPLICE



Ipotesi:

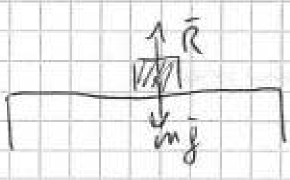
filo inestensibile di massa trascurabile

l'oggetto m è puntiforme

$\bar g$ è costante

All'oggetto si dà una forza pari mg applicata.
Il filo tenderà a reagire all'applicazione di una forza esterna attraverso una reazione vincolare in modo da evitare che l'oggetto cada.
Il filo, però, non può opporsi al moto trasversale e pertanto realizza una reazione solo in una direzione.

LE REAZIONI VINCOLARI SONO QUELLE FORZE LA CUI INTENSITÀ A PRIORI NON È NOTA.
ESSE SONO TALI PER CUI L'INTENSITÀ SI OPPONE AL MOTO FIN QUANDO IL SISTEMA FISICO CHE LE GENERA È IN GRADO DI SOSTENERLE; IL SISTEMA SI SPEZZA QUANDO NON LE RIESCE A SOSTENERE.



$|R| = |mg|$

VALE: $\bar R + m\bar g = 0$ affinché il sistema (l'oggetto) non si muova.

$\bar R$ è ricavato, questo vale per tutte le reazioni vincolari.

Siano:

$\bar M$ = momento delle forze

$\bar P$ = momento angolare

} QUESTE DUE QUANTITÀ SONO LEGATE DALLA 2ª eq. cardinale

La 2ª equazione cardinale lega queste due quantità:

$$\bar M = \frac{d\bar P}{dt}$$ 2ª equazione cardinale 8'20"

Ora dobbiamo specificare questa equazione per questo sistema.

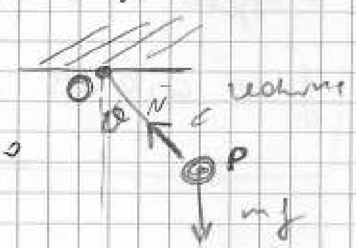
Ci calcoliamo il momento $\bar{M}$.

$\bar{M} = \bar{r} \times \bar{f}$ dove $\bar{r}$ è il vettore che congiunge il polo rispetto al quale calcoliamo il momento e il punto di applicazione della forza.

$r f \sin\theta$

L'oggetto è puntiforme quindi coincide con il suo baricentro.

Il polo più adatto per calcolare l'equazione dei momenti deve essere scelto analizzando le forze in gioco; oltre alla forza di gravità esiste una reazione tale per cui il filo non si stacca.



La reazione $\bar{N}$ è diretta lungo il filo e se scegliamo come polo il punto O, $\overline{OP}$ è parallelo a $\bar{N}$ e calcolando il prodotto vettore tra $\overline{OP}$ e $\bar{N}$ questo sarà 0

Quindi scegliendo come polo O, avremo: le forze sono $\bar{N}$ e $m\bar{g}$:

$$\bar{f} = \bar{N} + m\bar{g}$$ e, specificando i momenti:

$$\bar{r} \times (\bar{N} + m\bar{g}) = \bar{r} \times \bar{N} + \bar{r} \times m\bar{g} =$$

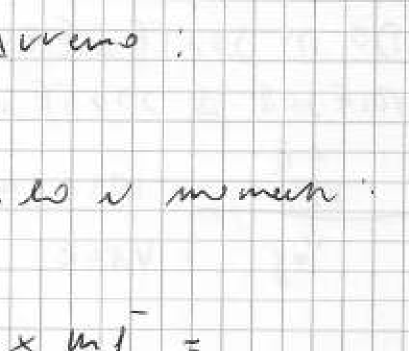
$$\cancel{\overline{OP} \times \bar{N}} + \overline{OP} \times m\bar{g}$$

perché $\overline{OP} \parallel \bar{N}$ è nullo

Se l è la lunghezza del filo allora

$$\overline{OP} \times m\bar{g} = -l\,m\,g \sin\theta\,\hat{u}$$

angolo compreso tra $m\bar{g}$ e l



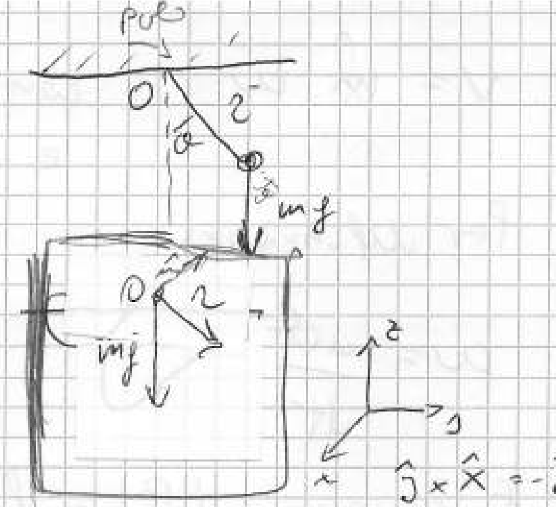
Quindi

$$\bar{M} = \bar{r} \times \bar{f}$$

con $\bar{f} = \bar{N} + m\bar{g}$

$$\bar{M} = -mgl\sin\vartheta$$

$\bar{M}$ = momento totale delle forze



$r \times mg$ calcolo il vettore in entrante ortogonalmente nel foglio il cui modulo sarà:

$-mgl\sin\vartheta$

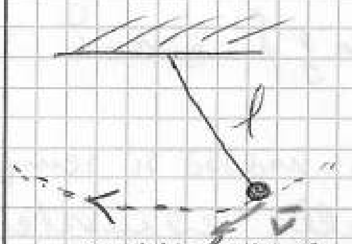
perché il verso è entrante nella pagina

Il momento angolare P

$$\bar{P} = \bar{r} \times m\bar{v}$$

Il punto descriverà una circonferenza, dal momento in cui viene rilasciato
La velocità sarà una quantità tangente alla circonferenza

v = velocità tangente alla circonferenza

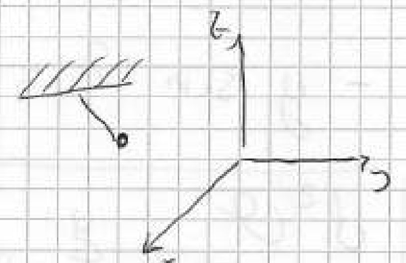


circonferenza di raggio l

$$\bar{M} = \frac{d\bar{P}}{dt}$$

con $M = -mgl\sin\vartheta\,\hat{u}$
con $P = \bar{l} \times m\bar{v} =$
$= lmv$ ~~sin~~ $\sin$?

$$\bar{F} = ma$$



Filo nel piano yz
e v_0 è nulla nella direzione $\hat{x}$
⇓
IL MOTO È PIANO

Dobbiamo calcolare $\frac{d\bar{P}}{dt}$.

La velocità $\bar{v}$ è proporzionale alla velocità angolare

$v = l\,\omega$ con ω = velocità angolare
e v = velocità tangenziale

Per definizione:

$$\omega = \frac{d\vartheta}{dt}$$

E, siccome $|P| = l\,m\,v$ allora

$$|P| = l\,m\,(l\omega) = l^2 m\,\omega = l^2 m \frac{d\vartheta}{dt}$$

E, siccome ci interessa $\frac{d\bar{P}}{dt}$, abbiamo

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = l^2 m \frac{d^2\vartheta}{dt^2}$$

Per cui, essendo $M = \frac{d\bar{P}}{dt}$, abbiamo

$$-mgl\sin\vartheta\,\hat{n} = l^2 m \frac{d^2\vartheta}{dt^2}\,\hat{\omega}$$ con $\hat{n}$ e $\hat{\omega}$ paralleli ed equiversi

$$-\cancel{m}g\cancel{l}\sin\vartheta = l^{\cancel{2}}\cancel{m}\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$$

La massa si semplifica, la ragione di ciò è spiegata dalla equivalenza tra massa inerziale e massa gravitazionale. Dopo le semplificazioni abbiamo

$$-g\sin\vartheta = l\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$$ ovvero

1) $$\boxed{\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\vartheta = 0}$$

Questa è l'equazione, che risolta, ci darà la soluzione del moto del pendolo.
L'equazione è estremamente complessa perché è una equazione trascendente.
Si risolve per approssimazione

L'approssimazione che permette la soluzione è quello di considerare piccoli angoli.
Nel caso di piccoli angoli il valore del sin ϑ può essere approssimato con il valore dell'angolo

(ϑ radianti)

$$\boxed{\boxed{\text{SE}} \quad \vartheta << 1 \Rightarrow \sin\vartheta \simeq \vartheta}$$ n.b.

Esempio:

caso $\vartheta = 30° = \frac{\pi}{6} = \frac{3{,}14}{6} = 0{,}52$

$\sin 30° = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$$\left| \frac{\sin 30° - \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}} \right| = \left| \frac{0.5 - 0.52}{0.52} \right| \sim 0{,}04 \Rightarrow \text{Errore dell'ordine del 4\%}$$

Dunque approssimando $\sin\vartheta$ a ϑ, abbiamo:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\vartheta = 0$$

$\sin\vartheta \simeq \vartheta$ per $\vartheta << 1$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{g}{l}\vartheta \cong 0}$$

eq. diff. le del 2° ordine lineare omogenea a coefficienti costanti

Approssimazione, che ci permetterà di considerare la famosa ISOCRONIA DEL PENDOLO, che vale per piccole oscillazioni del pendolo.

La soluzione è

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

VERIFICHIAMONE LA VALIDITA':

$$\dot\vartheta(t) = \vartheta_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \cdot \omega_0$$

$$\ddot\vartheta(t) = -\vartheta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) \cdot \omega_0^2$$

Quindi, la 1) diventa

EQUAZIONE DEL PENDOLO

$$\underbrace{-\cancel{\vartheta_0}\omega_0^2 \cancel{\sin(\omega_0 t+\varphi)}}_{\ddot{\vartheta}} + \frac{g}{\ell}\cancel{\vartheta_0}\cancel{\sin(\omega_0 t+\varphi)} = 0$$

$$-\omega_0^2 + \frac{g}{\ell} = 0 \implies \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

e ω_0 è detta pulsazione del moto, ed è una caratteristica propria del pendolo.

$\omega_0 =$ costante

n.b.:

$\omega = \frac{d\vartheta}{dt}$ = velocità angolare $\neq$ costante

$$\omega_0 \neq \omega$$

---

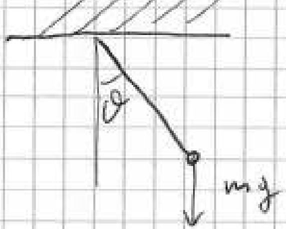
si misura in radianti $[\omega_0] = [T^{-1}]$ tempo, sec^{-1}

esempio: $\omega_0 = 10\ s^{-1}$

$$\vartheta(t) = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{Ampiezza angolare}}}{\vartheta_0} \sin(\underset{\text{Pulsazione}}{\omega_0} t + \underset{\text{Fase}}{\varphi})$$

Ampiezza angolare. INDICA IL MASSIMO DELLA ELONGAZIONE POSSIBILE

Riprendendo il pendolo iniziale



$\vartheta|_{t=0} = \vartheta_{in}$, $\underset{\text{velocità}}{\dot{\vartheta}}|_{t=0} = 0$ rad/s } CONDIZIONI INIZIALI

Abbiamo dunque:

$\vartheta(0) = \vartheta_0 \sin(\omega_0 \cdot \overset{t=0}{0} + \varphi) = \vartheta_{in}$ (condizioni iniziali)

da cui:

$$\vartheta_0 \sin\varphi = \vartheta_{in}$$

6

$$\dot{\vartheta}(t) = \vartheta_0\, \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\dot{\vartheta}(t=0) = \vartheta_0\, \omega_0 \cos(\omega_0 \cdot 0 + \varphi) = 0$$ PER LA CONDIZ. INIZ.

cioè:

$$\vartheta_0\, \omega_0 \cos\varphi = 0 \quad , \text{ vero per } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Dunque partendo da:

$$\left.\vartheta\right|_{t=0} = \vartheta_{in}$$

$$\left.\dot{\vartheta}\right|_{t=0} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \begin{array}{l} \vartheta_0 \sin\varphi = \vartheta_{in} \\ \varphi = \frac{\pi}{2} \end{array}$$

$$\vartheta_0 \sin\frac{\pi}{2} = \vartheta_{in}$$

$$\vartheta_0 = \vartheta_{in}$$

ϑ_0 rappresenta l'ampiezza iniziale. Il pendolo non tornerà più oltre questo limite.

se $\vartheta|_{in} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$

$\vartheta(t) = \vartheta_0 \sin(\omega_0 t)$

$\vartheta_0 = \vartheta_{in}$

VERIFICA CHE LA FUNZIONE È PERIODICA ED HA UN CERTO PERIODO

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

Calcoliamo:

$$\vartheta(t+T) = \vartheta_0 \sin[\omega_0 (t+T) + \varphi]$$

e vogliamo dimostrare che ϑ è periodica di un periodo T,

T = PERIODO

E per fare questo dobbiamo porre $\vartheta(t) = \vartheta(t+T)$

Assieme:

$$\sin(\omega_0 t + \varphi) = \sin(\omega_0 (t+T) + \varphi)$$

E, affinché questo sia vero occorre che la differenza tra i due argomenti deve essere un multiplo di 2π. Cioè:

$$\underbrace{\omega_0 (t+T) + \varphi - (\omega_0 t + \varphi) = 2\pi}_{\text{CONDIZIONE DI PERIODICITA'}}$$

Dopo le semplificazioni:

$$\omega_0 T = 2\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

T = Periodo del pendolo

con $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$, quindi

$$\boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}} \Rightarrow \text{ISOCRONIA}$$

del pendolo, nel caso delle PICCOLE OSCILLAZIONI, $\vartheta \ll 1$

La cosa importante è che, avendo il pendolo un andamento sinusoidale con periodo fissato, il suo moto sarà determinato e sarà ~~ISOTROPO~~ ISOCRONO.
Tutte le oscillazioni avranno la stessa ampiezza e la stessa durata.

In sostanza, il pendolo semplice è un moto unidimensionale, è un moto armonico, periodico, isocrono, che ha le stesse ampiezze costanti ed è un moto planare.

Aula Virtuale 13 1

Meccanica del Corpo Rigido

Dr. Lino Conti
58'51"

Dinamica dei sistemi
Forza risultante
Momento risultante
Coppia di forze
III° principio della dinamica
Conservazione della quantità di moto
Conservazione del momento angolare

$$\bar{f}_j^{(e)} + \bar{f}_j^{(i)} = m_j \frac{d^2 r_j}{dt^2}$$

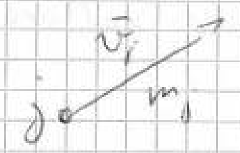
Quantità di moto o impulso $= m_j \bar{v}_j = \bar{q}_j$ quantità di moto o impulso

momento angolare $= \left|\bar{r}_j \overset{\text{polo}}{\Omega} \times \bar{q}_j\right|$ è la distanza (vettore?) che congiunge Ω al punto j
o momento della quantità di moto

prodotto vettoriale $\wedge$

Il momento angolare viene identificato col simbolo $\bar{p}_j$ momento angolare

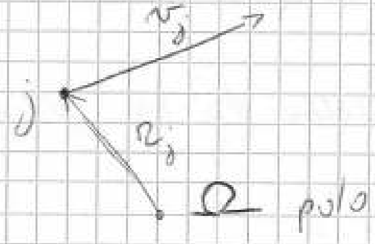
polo $\Omega \xrightarrow{r_\Omega} j$



punto j, punto materiale
massa m_j
velocità v_j

$$\boxed{\bar{q}_j = m_j \bar{v}_j}$$

quantità di moto, o impulso



punto Ω detto polo,
vettore r_j che unisce il polo al punto materiale j

$$\boxed{\bar{p}_j = \bar{r}_{j\Omega} \underset{\substack{\text{vettore,}\\ \text{prodotto vettoriale}}}{\times} \bar{q}_j}$$

momento angolare, o momento della quantità di moto

Con queste definizioni, le equazioni possono essere scritte

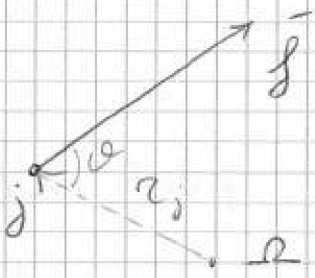
$$\bar f_j^{(e)} + \bar f_j^{(i)} = m_j \frac{d^2 \bar r_j}{dt^2} = m_j \frac{d\bar v_j}{dt} = \frac{d\bar q_j}{dt} \quad \text{poiché } \bar q_j = m_j \, r_j$$

Quindi la somma delle forze che agiscono sul punto j, cioè esterne ed interne è uguale alla derivata della quantità di moto q rispetto al tempo.

Questa equazione descrive in formule il II° principio.

Oltre a questo possiamo scrivere due equazioni che riguardano il momento delle forze e l'energia cinetica

MOMENTO DI UNA FORZA



Data una forza $\bar f$ applicata in un punto j, si voglia calcolare il momento di questa forza rispetto ad un polo Ω.

Il momento è un vettore

$$\bar m = r_j^\Omega \underset{\text{vector}}{\times} \bar f$$

$|\bar m| = r_j^\Omega f \sin\vartheta$ modulo di $\bar m$

Direzione: regola della mano destra; ~~…~~ in generale $\bar m$ sarà ortogonale sia a r_j sia a f.
La direzione di $\bar m$, momento della forza, è indicata con $\hat m$

$\hat m \perp r_j$, $\hat m \perp \bar f$

Oltre alle equazioni scritte in precedenza, ne possiamo scrivere altre 2.

velocità del polo rispetto a cui consideriamo il momento
quantità di moto o impulso

$$\bar m_j^{(e)} + \bar m_j^{(i)} = \bar v_\Omega \times \bar q_j + \frac{d\bar p_j}{dt}$$ derivata del momento angolare rispetto al tempo

momento delle forze esterne (interne) che agiscono sul punto j

operatore "vettore", o esterno

Il momento delle forze (esterne + interne) è equivalente alla somma tra il prodotto vettoriale della velocità del polo e della quantità angolare con la derivata dello momento angolare rispetto al tempo (ovvero del momento della quantità di moto)

MOMENTO DELLE FORZE

$$\bar{m}_j^{(e)} + \bar{m}_j^{(i)} = \bar{v}_\Omega \times \underbrace{\boxed{\bar{q}_j}}_{\text{quantità di moto}} + \frac{d\bar{p}_j}{dt} \leftarrow \text{momento angolare}$$

che è ricavabile dalla seguente

$$\bar{f}_j^{(e)} + \bar{f}_j^{(i)} = \frac{d\bar{q}_j}{dt}$$ nel caso di punto materiale.

TERMINOLOGIA:

quantità di moto = impulso = $\underset{\text{massa}}{m_j} \bar{v}_j = \bar{q}_j$

momento angolare = momento della quantità di moto = $\bar{p}_j = \bar{r}_j \Omega \times \bar{q}_j$

EQUAZIONE DELL'ENERGIA CINETICA

$$L_j^{(e)} + L_j^{(i)} = K_j^{(fine)} - K_j^{(inizio)}$$

$L_j^{(e)}$: Lavoro fatto dalle forze esterne; è uno scalare

$L_j^{(i)}$: Lavoro fatto dalle forze interne sul punto j-esimo

K_j è l'energia cinetica del punto j-esimo

Anche questa equazione è deducibile dalla equazione

$$\bar{f}_j^{(e)} + \bar{f}_j^{(i)} = \frac{d\bar{q}_j}{dt}$$

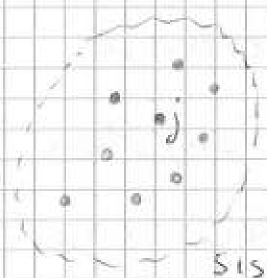
E TUTTO QUESTO VALE PER I ~~SISTEMI~~ PUNTI MATERIALI.

Vediamo per i sistemi discreti, che sono sistemi formati da n punti

SISTEMI DISCRETI

(formato da punti) 22'20"

(Sistema continuo: la materia riempie con continuità un certo volume)



n = numero punti

SISTEMA DISCRETO

$\sum_{1}^{n}{}_{j}$ ... vogliamo sommare le equazioni per tutti i punti del sistema
→ somma su j da 1 a n

$$\bar{f}_j^{(e)} + \bar{f}_j^{(i)} = \frac{d\bar{q}_j}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{\sum_{1}^{n}{}_{j} \bar{f}_j^{(e)}}_{\bar{F}^{(e)}} + \underbrace{\sum_{1}^{n}{}_{j} \bar{f}_j^{(i)}}_{\bar{F}^{(i)}} = \sum_{1}^{n}{}_{j} \frac{d\bar{q}_j}{dt} \qquad q_j = m_j v_j$$

$$\bar{F}^{(e)} + \bar{F}^{(i)} = \frac{d}{dt}\boxed{\sum_{1}^{n}{}_{j} \boxed{q_j}}$$

Risultante delle forze esterne che agisce sul sistema

Risultante delle forze interne che agisce sul punto materiale

→ "Risultante" quantità di moto totale $= Q$

$$\bar{F}^{(e)} + \bar{F}^{(i)} = \frac{d\bar{Q}}{dt}$$

26'47"

AV. 13 1. 4

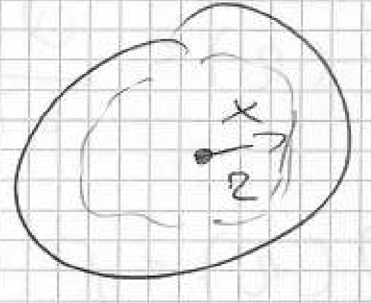
Aula Li Nuvole 30.1

Quesito 1

$$\rho = \frac{Q}{Vol} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

Sfera piena

$$q_e = -e$$



SPOSTANDO

l'elettrone di X =>

l'elettrone avrà un moto armonico,

calcoliamo la oscillazione

OSSERVIAMO che l'e è soggetto

a una forza elettrostatica coulombiana

$$\bar{F} = q\bar{E}$$

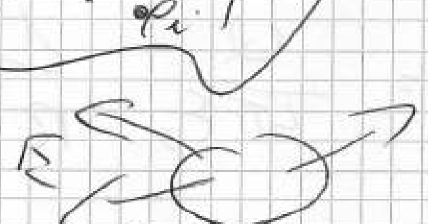
Per il T. di Gauss

$$\Phi(E) = \sum_i \frac{q_i}{\varepsilon_0}$$

$$\sum_i q_i = Q$$

area sfera raggio interno

$$\Phi(\bar{E}) = 4\pi r^2 \, E(r)$$



per simmetria di distr. sulla sfera il campo radiale; se la carica era nel guscio, il campo E all'interno era nullo.

$$\Phi(E) = \int_S \vec{E}\,\hat{n}\,dS$$

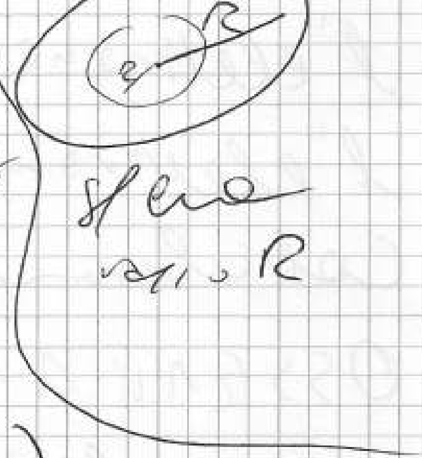
CONSIDERANDO

$$\Phi(E) = \sum_i \frac{q_i}{\varepsilon_0} \quad e \quad \Phi(E) = 4\pi r^2 E(r)$$

Deduciamo che E ad una distanza r è:

$$E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}$$

$$Q(r) = \rho\,\frac{4}{3}\pi r^3$$



sfera raggio R

$$E(\boxed{r}) = \frac{1}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{\cancel{r^2}}\cdot\rho\,\frac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi}\, r^{\cancel{3}}$$

$$= \frac{\rho\cdot r}{3\varepsilon_0} = E(r)$$

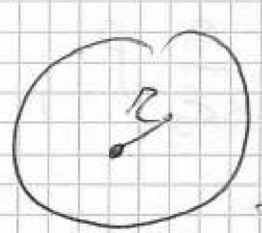
$\Downarrow$

E è nullo al centro e crescente

$$E(\boxed{R}) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\cdot R = \cancel{\frac{Q}{3\varepsilon_0}}\left(\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi r^3}\right)^{\rho}\cdot\frac{1}{3\varepsilon_0}\cdot R =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{R^2}$$

$$F(r) = -e \cdot \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r \hat{r}$$



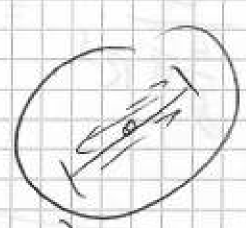
$$\bar{F}\big|_r = q_e \bar{E}\big|_r$$

Dal II° principio:

$$\bar{F}(r) = m\bar{a}$$

↳ puramente radiale

$$\bar{a} = (a_r, a_\theta, a_\varphi) =$$



$$= (a_r, 0, 0) = (\ddot{r}, 0, 0)$$

Se $\bar{F} = -\frac{e\rho}{3\varepsilon_0} r \hat{r}$

$$(m \cdot \ddot{r}, 0, 0) = -\frac{e\rho}{3\varepsilon_0} r \hat{r}$$

L'eq. da risolvere è:

$$\boxed{m \cdot \ddot{r} = -\frac{e\rho}{3\varepsilon_0} r}$$

simile a:

$m\ddot{x} = -kx$ oscillatore armonico

e definendo $k = \frac{e\rho}{3\varepsilon_0}$

$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$ $\qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Per analogia con l'eq. dell'oscillatore armonico:

con $k = \frac{e}{3\varepsilon_0}\rho$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\quad T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

abbiamo

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$k = \frac{e}{\cancel{3}\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{\frac{4}{\cancel{3}}\pi R^3} = \frac{e\,Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

Da cui

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{e\,Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}}} = \sqrt{\frac{16\pi^3\varepsilon_0 R^3}{e\,Q}}$$

Periodo di oscillazione dell'elettrone all'interno di questa distribuzione di carica

Quesito 2

$C_A = 3 \cdot 10^{-10}$ F
$C_B = 7 \cdot 10^{-11}$ F

} Due conduttori isolati. Si connettono con un'asta di capacità trascurabile

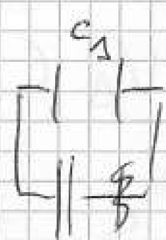
Si carica C_A con $q_A = 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ C

C_B è inizialmente scarico.

Dopo la carica di C_A (fatta con un generatore?), si stacca e si attacca a C_B con l'asta e poi le separano.

$q_B = ?$

I° fase



ΔV (del generatore)
⇓
carichiamo C_A;
Poi mettiamo in contatto C_A e C_B e vogliamo vedere quanta parte di carica passa a C_B.

$$C = \frac{Q}{V_{ddp}}$$

$$V_A = \frac{Q_A}{C_A} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-6}\ C}{3 \cdot 10^{-10}\ F} = \dots\ V$$

Quando consideriamo il 2° conduttore, la carica complessiva su C_A si deve distribuire su C_A e C_B:

$$\underbrace{q_A}_{\text{Tot. carica}} = \underbrace{q_A' + Q_B}_{\text{Ridistribuzione}}$$

La d.d.p. resta invariata: $V_A = V_B$

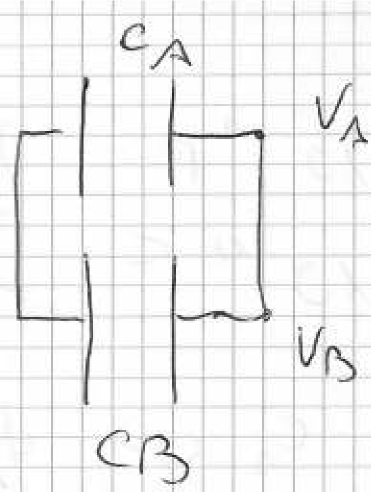
A.A. 30.1

Quindi:

$$q_A = q'_A + Q_B$$

e

$$V_A = V_B$$



Assieme:

$$\underbrace{V_A = V_B}_{\text{le d.d.p. alla fine}}$$

$$q_A = \underbrace{V_A \cdot C_A}_{q'_A} + \underbrace{V_B \cdot C_B}_{Q_B}$$

$$q_A = V_A (C_A + C_B)$$

$1.5 \cdot 10^{-6}\ C \qquad 3 \cdot 10^{-10}\ F \qquad 7 \cdot 10^{-11}\ F$

$$V_A = \frac{q_A}{C_A + C_B} \qquad V_A = d.d.p. = V_B$$

Quindi:

$$\begin{cases} q_B = V_B\, C_B = V_A \cdot C_B = \dfrac{q_A}{C_A + C_B} \cdot C_B = \dfrac{C_B}{C_A + C_B} q_A \\ q'_A = V_A\, C_A = \dfrac{C_A}{C_A + C_B} \cdot q_A \end{cases}$$

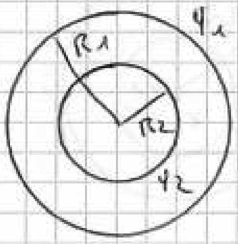
le due nuove cariche, quella indotta in B e quella che si ritrova in A.

Esercizio

Due involucri metallici sferici concentrici di raggi R_1 e R_2

$R_1 = 20$ cm

$R_2 = 10$ cm



Sull'involucro più interno è distribuita una carica $q_2 = 5 \cdot 10^{-10}$ C mentre sull'altro $q_1 = 3 \cdot 10^{-10}$ C.

Quale è l'intensità del campo elettrico nei casi:

1) $r = 5$ cm
2) $r = R_2$
3) $r = 15$ cm
4) $r = R_1$
5) $r = 25$ cm

Valore di $E(r)$ in funzione di r

Soluzione: si applica la formula del teorema di Gauss

$$\underbrace{\Phi(E)}_{\text{flusso } E} = \frac{Q^{\text{nella superficie}}}{\varepsilon_0}$$

Simmetria sferica => E è radiale e

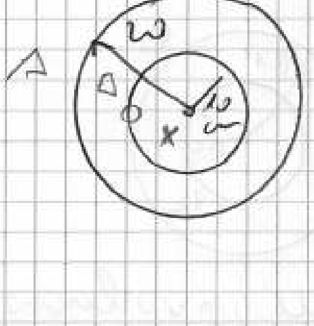
$$\Phi(E) = \underbrace{4\pi r^2}_{\text{area sfera sferica}} E(r) = \frac{q(r)}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q(r)}{r^2}$$

1) $r = 5$ cm, la carica in una sfera è 0:

$$Q(r = 5\ \text{cm}) = 0$$

$$\Rightarrow E(r = 5\ \text{cm}) = 0$$



2) $r = 10$ cm, $Q(r = 10\ \text{cm}) = q_2 = 5 \cdot 10^{-10}$ C

$$E(r = 10\ \text{cm} = R_2) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{R_2^2}\cdot q_2$$

3) $r = 15$ cm, $Q(r = 15\ \text{cm}) = q_2$

$$E(r = 15\ \text{cm}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot q_2 \cdot \frac{1}{15^2\ \text{cm}} \qquad = (0{,}15\ \text{m})^2$$

Il campo è generato dalla sfera come q_2, ma ha una intensità più bassa nel punto r perché la distanza è maggiore.

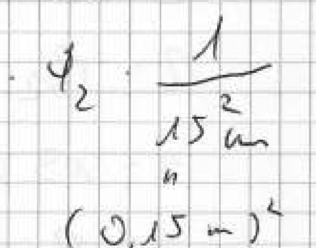
perché q_2 si induce completamente su q_1

4) $r = 20$ cm $= R_1$, $Q(r = 20\ \text{cm}) = q_1 + q_2$

$$E(r = 20\ \text{cm} = R_1) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{R_1^2}\cdot(q_1 + q_2)$$

5) $r = 25$ cm

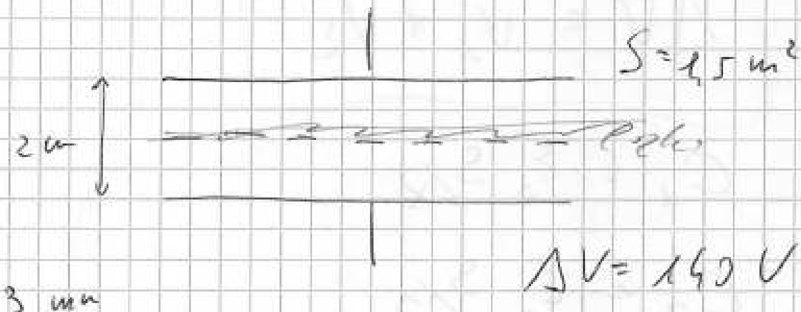
$$E(r = 25\ \text{cm}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r^2}\cdot(q_1 + q_2)$$



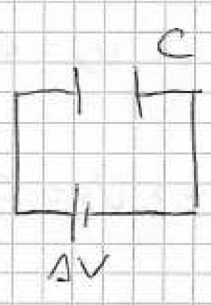
le linee di flusso di q_2 finiscono sulla superficie di q_1

Problema

Condensatore con area $1{,}5\ m^2$ e distanza fra armature 2 cm, connesso ad un generatore che gli applica una d.d.p. di 140 V.
Quando la carica è completata le armature vengono isolate.



Un foglio metallico di spessore 3 mm avente stessa configurazione ed area delle armature, viene inserito parallelamente alle armature.



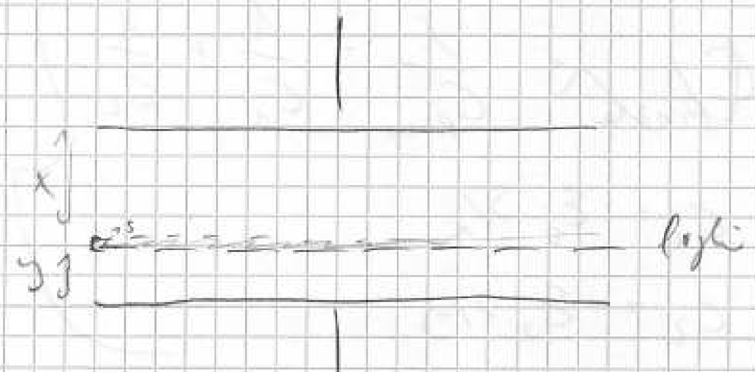
1) Quanto varia la capacità?

$\Delta C = ?$

2) Quale è la nuova d.d.p. tra le armature del condensatore?

$\Delta V' = ?$

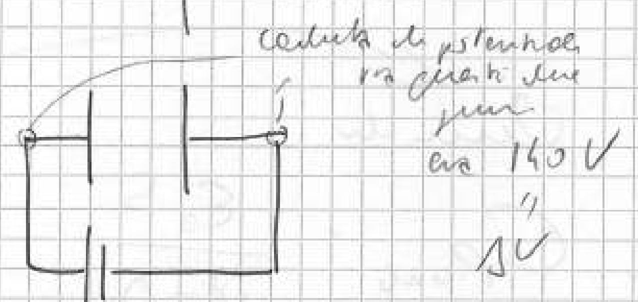
$$\boxed{C_{piano} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}}$$



$d = x + 3 + s$

$\Delta V = V_1 + V_2$

(distribuzione della caduta di potenziale)

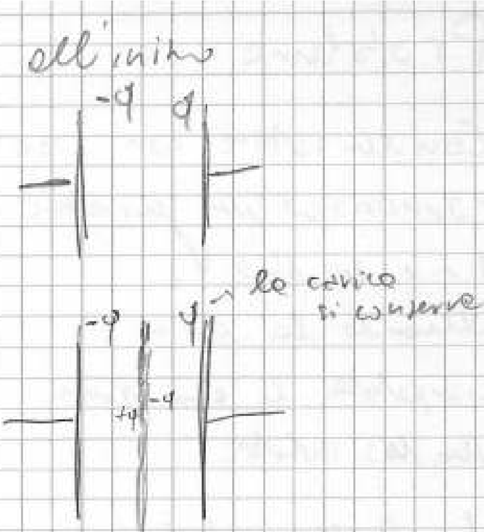


In finale possiamo considerare il condensatore come un nuovo condensatore avente capacità equivalente.

Qui ΔV andrà a distribuirsi in parte nella prima armatura e in parte nella seconda.

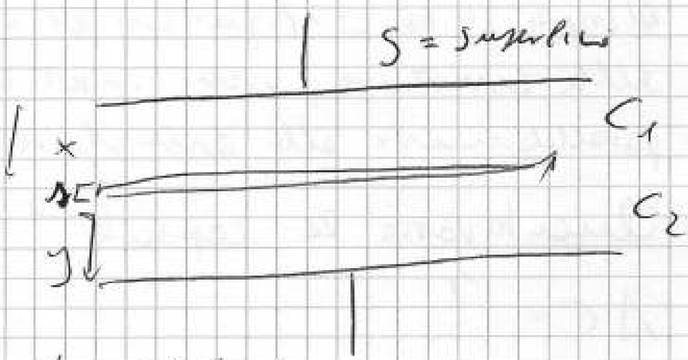
$$C_{finale} = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$\boxed{\Delta V = V_1 + V_2}$$



$$C_1 = \varepsilon_0\, S/x$$

$$C_2 = \varepsilon_0\, S/y$$



$$d = x + y + \delta$$

$$C_1 = \frac{Q}{V_1} \Rightarrow V_1 = C_1 Q$$

$$C_2 = \frac{Q}{V_2} \Rightarrow V_2 = C_2 Q$$

$$\Delta V = (C_1 + C_2) \cdot Q$$

$$\cancel{C_{finale}} \quad \frac{1}{C_{finale}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_1 = \varepsilon_0\, S/x$$

$$C_2 = \varepsilon_0\, S/y$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_{finale}} = \frac{x}{\varepsilon_0 S} + \frac{y}{\varepsilon_0 S} = \frac{x+y}{\varepsilon_0 S} = \frac{d-\delta}{\varepsilon_0 S}$$

Quindi

$$C_{finale} = \frac{\varepsilon_0 S}{d-\delta}$$

$$\Delta C = C_{finale} - C_{iniziale} = \frac{\varepsilon_0 S}{d-\delta} - \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d} =$$

$$= \varepsilon_0 S \cdot \frac{\delta}{(d-\delta)\, d} = C_{iniz} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta C}{C_{iniziale}} = \frac{\delta}{d-\delta}$$ variazione relativa della capacità

$10\ \text{cm}^2$ $\quad \delta = 3\ \text{mm}$ e $d = 2\ \text{cm}$.

VARIAZIONE DI POTENZIALE

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$C_{finale} = \frac{Q}{V_{finale}}$$

$$V_{finale} = \frac{Q}{C_{finale}}$$

Quindi

140 V

$$\Delta V_{finale} = V_{finale} - V_{iniziale} = \frac{Q}{C_{finale}} - \boxed{\frac{Q}{C_{iniz}}} =$$

$$= \frac{Q}{C_{in}\left(\frac{d}{d-s}\right)} - \frac{Q}{C_{ini}} = \frac{Q}{C_{in}}\left(\frac{d-s}{d} - 1\right)$$

n.4

$$C_{fin} = \frac{d}{d-s}\left(\frac{\varepsilon_0 S}{d}\right) = \frac{d}{d-s} C_{in}$$

$$\Delta V_{finale} = \frac{Q}{C_{in}}\left(\frac{d-s-d}{d}\right) = \boxed{\frac{Q}{C_{in}}} \cdot -\frac{s}{d} = -\frac{s}{d}\boxed{\Delta V}$$

Esercizio

Un condensatore piano con applicata una ddp di 100 V. 52'39''

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{7 \cdot 10^{-6}}{100} = 7 \cdot 10^{-8}\ F$$

C ┤├

$V = 100\ V$

$Q = 7 \cdot 10^{-6}\ C$

Capacità = ?

$l = 1\ mm$

$\varepsilon_2 = 1.5$

$$C = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d} \Rightarrow S = \frac{C d}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} = 5{,}3\ m^2$$

Area armature ?

$$L = U = \frac{1}{2} Q V = 3.5 \cdot 10^{-4}\ J$$

$L = ?$ per caricar

è l'energia che viene immagazzinata nel condensatore alla fine della carica

$$F = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_2 E^2 S = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{V}{l^2} S = 0{,}35\ N$$

$F = ?$ di attrazione armature

$$E = \frac{V}{l}$$